质点运动学

极坐标系　速度与加速度
$\vec{v} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta}$
$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{r} + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\hat{\theta}.$
快速求导:
$\frac{d\hat{r}}{dt} = \dot{\theta}\hat{\theta}.$

曲率半径　自然坐标系
$R(t) = \frac{v^3(t)}{|\vec{a}(t) \times \vec{v}(t)|}.$

质点动力学

牛顿第二定律　微分方程的一种常见处理
$f(x) = m\ddot{x} \Rightarrow f(x)dx = m\ddot{x}dx = m\ddot{x}\dot{x}dt = m\dot{x}d\dot{x}.$

非惯性参考系

记号声明　$_0$ 表示非惯性系相对于惯性系的量，$'$ 表示物体相对于非惯性系的量

平动参考系　平移惯性力（虚拟力）
$\vec{f}_i = -m\vec{a}_0.$

转动参考系　绝对微商（惯性系中）（$\vec{a}$ 是任意向量）
$\frac{D\vec{a}}{Dt} = \frac{d\vec{a}}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{a}.$
虚拟力
$\vec{f}_i = \vec{f}_c + \vec{f}_{cor} = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}') - 2m\vec{\omega} \times \vec{v}'.$
更加复杂的情况则需要加上非惯性系的平移惯力 $-m\vec{a}_0$ 和角速度变化产生的惯性力 $-m\frac{D\vec{\omega}}{Dt} \times \vec{r}'$.

动量定理

质心动量定理　$_C$ 表示质心的量，$\vec{F}_{ex}$ 是相对于质点系的外力
$\int_{t_0}^t \vec{F}_{ex}\, dt = m_C\vec{v}_C - m_C\vec{v}_{C0}.$

变质量物体　$\vec{u}$ 是附着体的初速度，$\vec{v}$ 是主体的初速度，F 是主体和附着体所受的合力
$m\frac{d\vec{v}}{dt} = (\vec{u} - \vec{v})\frac{dm}{dt} + \vec{F}.$

动能定理

质点系动能定理　要考虑内力做功
$E_k(t) = E_k(t_0) = A_{ex} = A_{in}.$

有心力　有心力是保守力，可以定义势能

质心系　柯尼希定理：体系动能等于质心动能与体系相对于质心系动能之和
$E_k = \frac{1}{2}m_C v_C^2 + E_{kC}.$
用动能定理时，选择质心系，即使不是惯性系，也不需要考虑惯性力所做的功（惯性力做功为 0）。

两体问题　两体间作用力 $\vec{F}$，约化质量 $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$，相对位矢 $\vec{r}$，牛二方程为
$\mu\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \vec{F}.$
该表达式表示将参考系（设为 S）选择与任意一物体（假设为 m_2）相对静止时，$m_1 = \mu$，即可在 S 系中进行简单的运算（将 S 系视为惯性系），且 S 中求得的机械能即为质心系中的机械能

角动量定理

角动量与力矩　动量 $\vec{p}$，角动量 $\vec{L}$，力矩 $\vec{M}$
$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}, \vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F}.$

质点系角动量守恒　外力给定点的总外力矩和为 0，角动量守恒

质心系角动量　体系角动量等于质心的角动量与体系相对于质心的角动量之和
$\vec{L} = \vec{L}_C + \vec{L}_{CM}.$

万有引力

能量　轨道半长轴为 a 物体的总能量，角动量 $l = mh$，$\dot{r}$ 是径向速度，物体角动量守恒，所以 l, h 均为定值
$a = -\frac{GMm}{2E}.$
$E = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + U_{eff} = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \frac{mh^2}{2r^2} - G\frac{Mm}{r}.$