

宇宙学中的有效场论

Snowmass White Paper: Effective Field Theories in Cosmology

Giovanni Cabass Mikhail M. Ivanov Matthew Lewandowski
Mehrdad Mirbabayi Marko Simonović

2022 年 3 月 15 日

中文译稿更新: 2026 年 8 月 28 日

摘要

均匀且各向同性的膨胀背景上的微小涨落是宇宙学的主要研究对象。它们的起源和演化对暴胀时期及晚期宇宙中发生的物理过程十分敏感，因此是回答宇宙学诸多重大开放问题的关键。在许多重要情形中，相关尺度之间存在很大的分离，因而描述这些涨落最自然的语言是有效场论。这一方法为大量宇宙学模型提供了统一框架，并在基本宇宙学参数与可观测量之间建立了清晰联系，已经成为现代理论宇宙学许多重要进展的主要途径。本文综述暴胀、大尺度结构和暗能量有效场论的主要成果。

ABSTRACT

Small fluctuations around homogeneous and isotropic expanding backgrounds are the main object of study in cosmology. Their origin and evolution is sensitive to the physical processes that happen during inflation and in the late Universe. As such, they hold the key to answering many of the major open questions in cosmology. Given a large separation of relevant scales in many examples of interest, the most natural description of these fluctuations is formulated in terms of effective field theories. This was the main avenue for many of the important modern developments in theoretical cosmology, which provided a unifying framework for a plethora of cosmological models and made a clear connection between the fundamental cosmological parameters and observables. In this review we summarize these results in the context of effective field theories of inflation, large-scale structure, and dark energy.

投稿至《美国粒子物理未来社区研究 (Snowmass 2021) 论文集》

目录

1 内容提要	3
2 暴胀有效场论	4
2.1 么正规范下的作用量	4
2.2 EFTI 语言下的不同模型	6
2.3 慢滚解与近似时间平移对称性	6
2.4 可观测量与原初非高斯性	6
2.5 EFTI 中的 Stückelberg 技巧与退耦极限	7
2.6 有效场论的截断	9
2.7 原初非高斯性的振幅与形状	10
2.8 局域非高斯性与一致性关系	12
2.9 超越单时钟暴胀	13
3 大尺度结构有效场论	13
3.1 大尺度结构的流体描述	14
3.2 应力张量与时间（非）局域性	15
3.3 圈展开	15
3.4 紫外重整化与红外重求和	17
3.5 有效场论的不同表述	18
3.6 有偏示踪体	18
3.7 红移空间畸变	19
3.8 大尺度结构有效场论中的重子	19
3.9 场级大尺度结构有效场论	19
3.10 推广	20
3.11 当前最高阶计算	20
3.12 在当前和未来数据中的应用	20
4 暗能量有效场论	22
4.1 存在物质时么正规范下的作用量	22
4.2 线性宇宙学	25
4.3 引力波传播	26
4.4 大尺度结构	28
4.5 大尺度结构一致性关系的破坏	30
4.6 其他专题	31
5 结论	32
标准译名索引	33

1 内容提要

过去十年间,有效场论(effective field theory, EFT)技术在宇宙学中的应用取得了长足进展. 这些有效场论主要研究宇宙学相关尺度上的微小宇宙学扰动及其演化和相互作用. 这类扰动包括: 暴胀场的量子力学涨落, 它们为晚期宇宙中的微小密度涨落提供种子; 宇宙微波背景(cosmic microwave background, CMB)的温度和偏振涨落; 低红移宇宙网中形成大尺度结构(large-scale structure, LSS)的星系数密度涨落; 以及驱动当前宇宙加速膨胀的某种假想介质, 即暗能量(dark energy, DE)中的涨落. 与一般的有效场论一样, 在所有这些例子中, 相关自由度的作用量都可以按微小涨落及其导数的幂次展开; 在每一阶上, 作用量的形式都由对称性确定, 只剩有限个自由系数. 这种描述在某个截断尺度以内有效; 到了该尺度, 紫外(ultraviolet, UV)物理的细节开始变得重要. 不过在截断尺度以下(即足够大的尺度上), 有效场论的预言具有普适性. 不同的宇宙学模型或不同的紫外完备化仅体现为有效场论参数取值不同.

有效场论方法有两项主要优势. 第一, 它只保留不同具体模型的本质性质, 并辨认出与宇宙学相关的长波自由度, 从而为许多模型提供统一描述; 同时, 它还可以将均匀背景附近微小涨落的理论与背景本身的演化清楚地分离. 第二, 宇宙学中的有效场论是弱耦合理论, 因此从暴胀时期的 Bunch–Davies 真空一直到今天观测到的星系分布, 都可以用它对宇宙全部历史中的相关可观测量作微扰预言. 更具体地说, 在微扰论和导数展开的每一阶上, 我们都能计算有限种可观测量 n 点相关函数的“形状”, 即其动量依赖; 这些形状的振幅正比于有效场论的自由系数. 重要的是, 此类计算总能通过加入更高阶微扰修正来提高精度, 以匹配给定实验的统计误差要求, 随后便可将所得形状与数据比较. 这样一来, 有效场论不仅在简化理论计算、统一不同宇宙学模型方面发挥了重要的概念作用, 也深刻影响了观测宇宙学: 它启发了数据分析所用的模板, 为稳健测量宇宙学参数提供方法, 并使未知紫外物理的边缘化变得直接.

从历史上看, 有效场论方法在宇宙学中最早应用于暴胀 [1, 2]. 本文主要关注其最简单的形式, 即单场暴胀有效场论(effective field theory of single-field inflation, EFTI): 暴胀由单一介质驱动, 而该介质的量子涨落产生宇宙中可观测的过密区. EFTI 问世时统一了迅速增多的暴胀模型, 并为暴胀场涨落给出了简单的拉格朗日量. 利用对称性论证, EFTI 在暴胀场扰动可能很小的声速与等边、正交形状的巨大原初非高斯性(primordial non-Gaussianity, PNG)之间建立了清晰联系 [3, 4]. 这一结果为利用观测限制暴胀场扰动的传播速度铺平了道路, 而传播速度又能告诉我们许多有关暴胀物理的信息 [5, 6]. 此外, 单场模型中可能存在振幅很大的新型 PNG 形状(已知单场暴胀不存在局域形状 [7, 8]), 这进一步推动了 PNG 唯象学. 此后, EFTI 被推广到多场模型及单场暴胀基本框架的其他扩展, 并成为原初宇宙学领域的共同语言. 近年来的许多进展, 例如研究有质量或高自旋粒子在宇宙学相关函数中留下的印记, 以及宇宙学自举, 都受到我们从 EFTI 中所得认识的启发.

有效场论在宇宙学中的另一项应用, 是近年来愈发重要的星系成团和宇宙大尺度结构. 光谱星系样本大约每十年增长十倍; 随着数据集不断扩充, 正在进行和即将开展的星系巡天有望成为宇宙学的主要探针之一, 其精度甚至可能达到并超过 CMB 观测. 大尺度结构有效场论(effective field theory of large-scale structure, EFT of LSS) [9–11] 恰好适合应对解释如此庞大数据量的挑战. 它是描述星系(或其他物质示踪体)数密度涨落的有效场论, 因而能够系统地刻画大尺度星系成团, 而不必处理强烈依赖于尚未充分理解的重子物理细节的复杂星系形成过程. 理论的截断由引力非线性和天体物理过程反馈开始显著的尺度给出, 通常约为数兆秒差距. 更大尺度上的动力学仅由引力相互作用驱动, 所有紫外物理都可以写入运动方程中的有效贡献, 并按场和导数的数目组织为展开. 这种描述从根本上分离了星系形成物理与星系数密度涨落的长波动力学, 实践证明极其有用. 尽管仍有许多工作尚待完成, 一致的领头阶有效场论计算——例如单圈功率谱和树图级双谱——已经显著推进了从大尺度结构星系巡天中提取宇宙学信息的计划. 其中包括首次从星系功率谱推断全部基本

宇宙学参数 [12–14]，以及首次从星系双谱限制原初非高斯性 [15, 16]；这两项重要里程碑此前长期难以实现。进一步的理论改进和理论启发的新型数据分析技术还会带来更多进展，这一领域仍将非常活跃。

最后，有效场论方法也被用于暗能量。若假定暗能量是一种驱动当前宇宙加速膨胀、同时自身也可以涨落的介质，我们便能以类似 EFTI 的方式建立暗能量有效场论 (effective field theory of dark energy, EFT of DE) [17]。一个重要区别是：必须仔细考虑暗能量场与物质场的耦合。与前两个例子一样，我们无须诉诸任何紫外物理，便能给出一种自洽的有效场论描述，囊括宇宙学常数之外暗能量的全部可能唯象。这一点十分重要，因为有效场论形式使我们能够自洽地参数化所有符合对称性和一般物理原理、但偏离 Λ CDM 宇宙学模型的情形。这又为通过观测大尺度星系成团来探索和限制暗能量性质提供了关键理论输入；这正是本十年许多星系巡天的核心科学目标之一。与此同时，暗能量有效场论的表述方式还便于将其预言直接联系到相关天体物理观测，例如黑洞与中子星并合。由此兴起了大量利用引力波探测限制有效场论参数的研究 [18–20]。其他许多有趣的理论问题，例如利用正定性界限限制有效场论参数，也将在未来数年继续为高能物理学家与宇宙学家提供富有成果的合作空间。

总而言之，有效场论方法在宇宙学扰动理论中处于核心地位，是连接理论与观测、回答宇宙学重大开放问题的关键。这些问题包括暴胀物理、暗物质与暗能量的性质，以及发现宇宙中可能存在的额外能量组分及与之相关的新物理过程。本文综述宇宙学有效场论的现状，重点讨论三个影响深远的例子：暴胀有效场论、大尺度结构有效场论和暗能量有效场论。我们将介绍其中最重要的结果、它们与宇宙学可观测量的联系、若干开放问题和未来研究方向，以及它们与高能物理和天体物理等相邻领域的关联。

2 暴胀有效场论

暴胀期间物理过程可利用的能量可能高达 10^{14} GeV，远超粒子加速器所能达到的能标。暴胀期间活跃自由度之间的相互作用会在宇宙学扰动的统计性质中留下印记，例如 CMB 温度各向异性和星系分布的不均匀性，因此这些观测为我们研究相应能标提供了独特窗口（关于利用这些观测限制暴胀的前景，另见 Snowmass 暴胀白皮书 [21] 及其中的参考文献）。

暴胀期间的轻自由度有哪些？我们知道至少必须存在一个标量自由度。加速膨胀阶段最终会结束，因此必然有一个“时钟”追踪宇宙从加速膨胀向减速膨胀的转变。这个时钟的涨落与度规涨落一起，构成了暴胀期间必然活跃的自由度。最简单的暴胀有效场论正是这个自由度的理论：它为所有由单一时钟驱动的暴胀模型提供统一描述。其他轻自由度也可以按照同样的一般原则纳入有效场论。

2.1 么正规范下的作用量

如何写出囊括所有单时钟暴胀模型的作用量？文献 [1, 2] 给出了实现方法。利用改变坐标系的自由，我们可以把时钟涨落吸收到度规中。在时钟由标量场 ϕ （即暴胀场）充当的模型中，可以写成 $\phi(t, \mathbf{x}) = \phi_0(t) + \delta\phi(t, \mathbf{x})$ ；新坐标系对应于令 $\delta\phi = 0$ 。

在这一“么正规范”中，引力子表现出三个自由度：一个标量模和两个张量螺旋度。由于时间微分同胚已经固定，写出作用量便归结为寻找所有在含时空间微分同胚下不变的算符。

时钟为时空选定了一个优选叶分解，因此 $3+1$ 分解非常适合寻找在空间微分同胚下不变的全部算符；这里的空间微分同胚是常时超曲面上的坐标变换。图 1 及其附表总结了这一结构。

第二步如下。我们希望为宇宙学扰动，即 Friedmann–Lemaître–Robertson–Walker (FLRW) 时

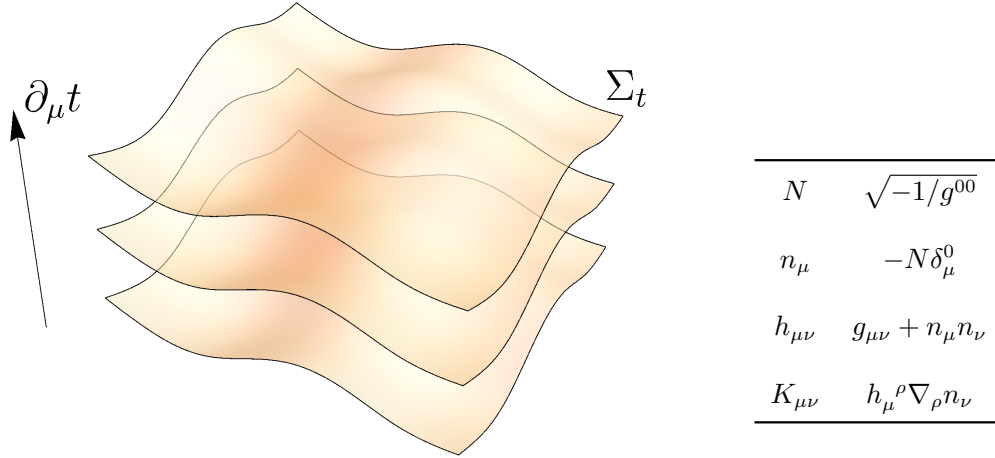


图 1: 时空的 3 + 1 分解, 以及若干相关几何量用度规表示的形式: 时延函数 (N)、常时超曲面的单位法向量 (n_μ)、这些超曲面上的投影算符 ($h_{\mu\nu}$) 以及外曲率 ($K_{\mu\nu}$)。

空附近的涨落, 构造有效场论。¹ 这是一个高度对称的时空, 其线元写作

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)\delta_{ij}dx^i dx^j. \quad (1)$$

哈勃率定义为

$$H = \frac{\dot{a}}{a}. \quad (2)$$

对于 de Sitter 度规, H 为常数, 背景应力张量即宇宙学常数。更一般地, 在这一时空 3 + 1 分解中, 背景应力张量只能由两个算符构造: 时间的任意函数 $\Lambda(t)$, 以及算符 $c(t)g^{00}$, 其中 $c(t)$ 同样是任意函数。于是最一般的作用量可写为

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{M_P^2}{2} R - c(t)g^{00} - \Lambda(t) + \frac{M_2^4(t)}{2} (g^{00} + 1)^2 + \frac{M_3^4(t)}{6} (g^{00} + 1)^3 - \frac{\bar{M}_1^3(t)}{2} (g^{00} + 1) \delta K^\mu{}_\mu - \frac{\bar{M}_2^2(t)}{2} (\delta K^\mu{}_\mu)^2 + \dots \right], \quad (3)$$

其中 $\delta K_{\mu\nu} = K_{\mu\nu} - H(t)h_{\mu\nu}$ 。除前三个算符之外, 其余算符对 $g^{\mu\nu}$ 的导数在 FLRW 度规上均为零。因此, $c(t)$ 和 $\Lambda(t)$ 由膨胀历史确定:

$$c(t) = -M_P^2 \dot{H}, \quad (4a)$$

$$\Lambda(t) = M_P^2 (3H^2 + \dot{H}). \quad (4b)$$

不同暴胀模型之间的差异编码在其余算符中, 下文称之为有效场论算符。

式 (3) 的组织原则是所有有效场论共有的扰动展开和导数展开。可以看到, 有效场论算符按照作用于么正规范度规的导数数目, 以及它们在 FLRW 度规附近从第几阶扰动开始出现来组织。在第 2.5 节中, 我们将借助 Stückelberg 技巧重新引入标量自由度, 届时再更详细地讨论有效场论展开及相应的截断尺度。

式 (3) 的作用量中没有显式写出的“...”并非只由 g^{00} 和外曲率构成。除这些算符和其他许多破坏时间微分同胚的算符外 (完整研究可见文献 [22]), 还存在由四维黎曼张量构造的协变算符, 它们描述对广义相对论的修正。

¹ 本文聚焦空间曲率为零的情形。如何纳入空间曲率可见文献 [2] 的附录 B。

2.2 EFTI 语言下的不同模型

最简单的模型以具有最小动能项和势能 $V(\phi)$ 的暴胀场 ϕ 充当时钟. 在么正规范下, $c(t) = \dot{\phi}_0^2(t)/2$ 、 $\Lambda(t) = V(\phi_0(t))$, 而式 (3) 中的其余各项均置零. 这就是 EFTI 中的慢滚暴胀表述 [2, 7].

对于作用在 ϕ 上的导数至多为一阶的模型, 即

$$S_\phi = \int d^4x \sqrt{-g} P(X, \phi) \quad \text{其中} \quad X = g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi, \quad (5)$$

有

$$M_n^4(t) = \dot{\phi}_0^{2n}(t) \left. \frac{\partial^n P}{\partial X^n} \right|_{\phi=\phi_0(t)}, \quad \bar{M}_n = 0. \quad (6)$$

这就是 K -暴胀 [23–27]. $P(X, \phi)$ 理论的一个具体例子是 DBI 暴胀 [28]. 在该模型中, 暴胀场表示五维时空中探针膜的位置, 其作用量由膜上的诱导度规构造. 由含 $\delta K_{\mu\nu}$ 算符描述的理论包括幽灵凝聚 [1, 2, 29]、伽利略场 [30, 31] 以及 DBI 暴胀的推广 [32].

2.3 慢滚解与近似时间平移对称性

么正规范作用量的系数可以显式依赖时间. 不过, 如果背景解满足慢滚条件 $\varepsilon \ll 1$ 、 $|\eta| \ll 1$, 前两个系数 $c(t)$ 和 $\Lambda(t)$ 对时间的依赖便很缓慢, 其中

$$\varepsilon \equiv -\frac{\dot{H}}{H^2}, \quad \eta \equiv \frac{\dot{\varepsilon}}{H\varepsilon}. \quad (7)$$

自然可以假定其余系数也具有同样性质, 也就是要求近似的时间平移对称性; 在慢滚模型中, 这一对称性源于暴胀场 ϕ 的近似移位对称性.

这一规则的例外, 是某些模型并不具有软破缺的连续移位对称性, 而只具有离散移位对称性 [33, 34]. 文献 [35] 在 EFTI 框架下研究了这种情况: 在么正规范作用量层面, 近似离散移位对称性对应的膨胀历史 $H(t)$ 及其他含时系数具有如下叠加形式:

$$H(t) = H_{\text{sr}}(t) + H_{\text{osc}}(t) \sin \omega t, \quad (8)$$

其中 $H_{\text{sr}} \gg H_{\text{osc}}$, 二者仅以 ε 阶速度缓慢随时间变化. 这类模型所预言振荡特征的 CMB 限制可见文献 [36, 37].

时间平移对称性不再是良好近似的另一种情形是“超慢滚”阶段 [38]. 进一步讨论可见文献 [39] 及其中的参考文献.

2.4 可观测量与原初非高斯性

下面讨论暴胀的可观测量. 在单时钟暴胀中, 共动曲率扰动 ζ 和引力子 γ_{ij} 在么正规范下由

$$h_{ij} = a^2 e^{2\zeta} (e^\gamma)_{ij} \quad (9)$$

定义. 它们的傅里叶模在离开视界后, 即 $k \ll aH$ 时保持守恒 [7, 40–42]. 直到暴胀结束很久之后的热大爆炸阶段, 当这些模式重新进入视界时, 它们才再次开始演化 (见图 2). 因此, 知道 ζ 和 γ_{ij} 就等于知道宇宙结构增长的初始条件. 当然, 我们所能预言的只是 ζ 与 γ_{ij} 的量子涨落, 不可能知道精确的初始条件; 真正感兴趣的是二者的概率分布泛函. 观测表明这些分布接近高斯分布, 因此我们关注 ζ 与 γ_{ij} 的两点相关, 即傅里叶空间中的功率谱, 以及它们的分布偏离高斯分布的程度, 即原初非高斯性.

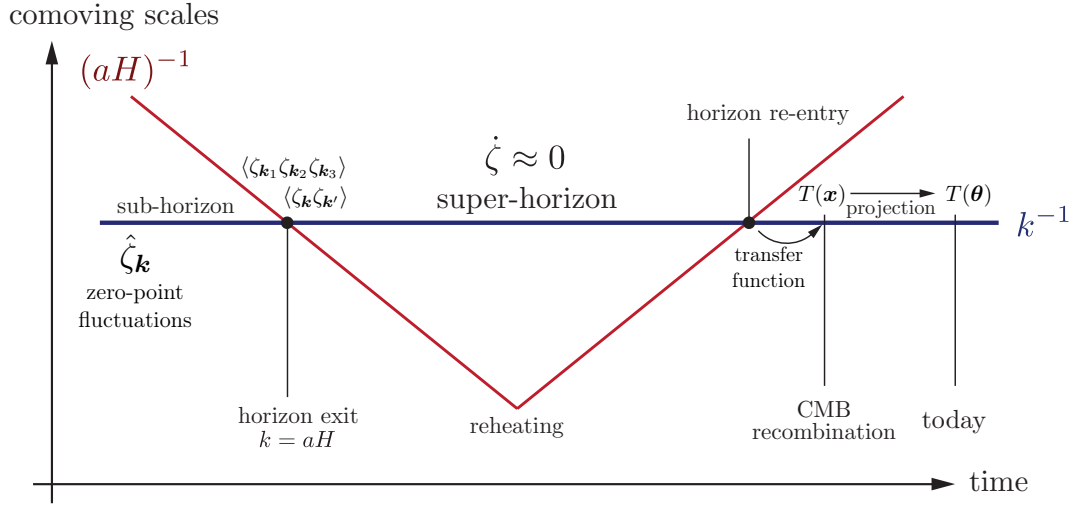


图 2: 从暴胀期间的量子涨落到宇宙微波背景温度各向异性. 引自文献 [43].

下面考虑曲率扰动 ζ 的相关函数. 使用由 $dt = a d\tau$ 定义的共形时间 τ (在精确 de Sitter 时空中有 $\tau = -1/aH$), 将 ζ 分解为傅里叶模:

$$\zeta(\tau, \mathbf{x}) = \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \zeta_{\mathbf{k}}(\tau) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}}. \quad (10)$$

于是标量部分的可观测量是多谱:

$$\begin{aligned} \lim_{k\tau \rightarrow 0} \langle \zeta_{\mathbf{k}}(\tau) \zeta_{\mathbf{k}'}(\tau) \rangle' &= P_{\zeta}(k) \\ \lim_{\{k_i \tau \rightarrow 0\}} \langle \zeta_{\mathbf{k}_1}(\tau) \zeta_{\mathbf{k}_2}(\tau) \zeta_{\mathbf{k}_3}(\tau) \rangle' &= B_{\zeta}(k_1, k_2, k_3) \\ \lim_{\{k_i \tau \rightarrow 0\}} \langle \zeta_{\mathbf{k}_1}(\tau) \zeta_{\mathbf{k}_2}(\tau) \zeta_{\mathbf{k}_3}(\tau) \zeta_{\mathbf{k}_4}(\tau) \rangle' &= \dots, \end{aligned} \quad (11)$$

其中 $B_{\zeta}(k_1, k_2, k_3)$ 是双谱 (由于旋转不变性, 它只依赖动量的大小), 撇号表示已经去掉保证动量守恒的狄拉克 δ 函数.

式 (3) 的么正规范作用量不仅足以计算这些可观测量, 还足以计算含引力子的混合相关函数以及引力子自身的非高斯性.² 不过, EFTI 的真正效用在聚焦标量相关函数时最为明显, 下面将对此加以说明.

2.5 EFTI 中的 Stückelberg 技巧与退耦极限

EFTI 中时间微分同胚的破缺, 与有质量 Yang-Mills 理论中发生的情形在精神上并无不同: 后者的规范群 G 被质量项显式破缺. 此时, 矢量场 A_{μ}^a 的纵模 π^a 成为动力学自由度, 可以通过所谓的“Stückelberg 技巧”将它们显式写出. 这样做的好处是, 在高能下 π^a 与 A_{μ}^a 的横模退耦. 这个高能极限称为退耦极限. 由于在此极限中 π^a 的作用量与全局对称群 G 发生破缺时所得作用量相同, 它们常被称为“戈德斯通玻色子”; 本文沿用这一术语.

为了在 EFTI 中实施 Stückelberg 技巧, 需要作一个已破缺的时间微分同胚变换 $t = \tilde{t} + \tilde{\pi}(\tilde{x})$. 详细推导见文献 [2] 第 3 节. 为简化记号而去掉波浪号后, Stückelberg 技巧归结为在式 (3) 中作替

²EFTI 中引力子双谱的系统研究可见文献 [44].

换 $t \rightarrow t + \pi$. 例如,

$$g^{00} \rightarrow g^{00} + 2g^{0\mu}\partial_\mu\pi + g^{\mu\nu}\partial_\mu\pi\partial_\nu\pi. \quad (12)$$

利用已破缺时间微分同胚下的标准张量变换规则, 很容易推导出其他类似关系.

微分同胚不变性得以恢复, 是因为在 $x = \tilde{x} + \tilde{\xi}^\mu(\tilde{x})$ 下 π 作非线性变换:

$$\tilde{\pi}(\tilde{x}) = \pi(x(\tilde{x})) + \tilde{\xi}^0(\tilde{x}). \quad (13)$$

利用这些变换规则可以求得 π 与 ζ 的关系. 精确推导见文献 [7] 附录 A 和文献 [45] 附录 B, 结果为

$$\zeta = -H\pi(1 + \mathcal{O}(\varepsilon, \eta) + \mathcal{O}(k^2\tau^2)), \quad (14)$$

其中 $\mathcal{O}(\varepsilon, \eta)$ 表示受慢滚参数压低的项, $\mathcal{O}(k^2\tau^2)$ 表示在超视界尺度上消失的项. 正是这一关系使 Stückelberg 技巧变得有用, 下面将对此进行讨论.

既然已经重新引入 π , 现在可以讨论 EFTI 中的退耦极限. 首先用适合 $3+1$ 分解的 ADM 形式写出度规 [46, 47]:

$$ds^2 = -N^2 dt^2 + h_{ij}(dx^i + N^i dt)(dx^j + N^j dt). \quad (15)$$

重新引入戈德斯通玻色子后, 零螺旋度模 ζ 不再出现在度规中; 也就是说, 空间度规 h_{ij} 只含横向无迹的引力子. 因此, π 与度规的二次混合就是 π 与非动力学变量 N 、 N^i 之间的混合.

可以忽略这种混合的能标取决于式 (3) 中包含哪些算符, 以及哪些算符主导二次作用量. 例如, 在慢滚暴胀中, 混合项为 $\sim M_{\text{P}}^2 \dot{H} \dot{\pi} \delta g^{00}$. 作正则归一化 ($\pi_c \sim M_{\text{P}} \dot{H}^{1/2} \dot{\pi}$, $\delta g_c^{00} \sim M_{\text{P}} \delta g^{00}$) 后可得 $E_{\text{mix}} \sim \varepsilon^{1/2} H$. 另一个有趣情形是算符 M_2^4 很大; 此时混合项为 $\sim M_2^4 \dot{\pi} \delta g^{00}$, 而 π 的正则归一化为 $\pi_c \sim M_2^2 \pi$, 故 $E_{\text{mix}} \sim M_2^2/M_{\text{P}}$.

无论 E_{mix} 的具体形式如何, 一旦能量高于这一尺度, 便可以忽略度规涨落, 并用式 (1) 代替式 (15). 此时戈德斯通玻色子的作用量简化为

$$S_\pi = \int d^4x a^3 \left[-M_{\text{P}}^2 \dot{H} \left(\dot{\pi}^2 - \frac{(\partial_i \pi)^2}{a^2} \right) + 2M_2^4 \left(\dot{\pi}^2 + \dot{\pi}^3 - \frac{\dot{\pi}(\partial_i \pi)^2}{a^2} \right) - \frac{4}{3} M_3^4 \dot{\pi}^3 + \dots \right] \\ - \frac{\bar{M}_2^2}{2} \left\{ \frac{(1 - 2\dot{\pi})(\partial^2 \pi)^2}{a^4} - \frac{\partial^2 \pi}{a^2} \left(\frac{H(\partial_i \pi)^2}{a^2} + \frac{4\partial_i \pi \partial_i \dot{\pi}}{a^2} \right) + \dots \right\}. \quad (16)$$

由于 ζ 在穿越视界后守恒, π 与 ζ 之间的关系式 (14) 使上述作用量变得有用. 尽管在穿越视界之后, k 模的能量甚至无法近似定义, 但只要 $E_{\text{mix}} \ll H$, 我们就能用退耦极限作用量计算刚刚穿越视界后的 π 相关函数, 再由此确定 ζ 的相关函数; 误差为 $\mathcal{O}(\varepsilon, \eta)$ 和 $\mathcal{O}(k^2\tau^2)$ 阶修正.

由上述讨论可见, 在慢滚暴胀中总有 $E_{\text{mix}}/H \ll 1$, 因为 $\varepsilon^{1/2} \ll 1$. 还可以看到, 如果关掉所有有效场论算符, 式 (16) 中便不存在相互作用. 因此在这种情况下, 原初非高斯性来自与引力的混合 [7].

尽管如此, 退耦极限作用量仍足以预言无量纲功率谱 $k^3 P_\zeta(k)$ 的归一化及其偏离精确标度不变性的程度; 该归一化正比于 $H^2/(M_{\text{P}}^2 \varepsilon)$. 原初张量模的无量纲功率谱则由 H^2/M_{P}^2 控制. 将前者与张量模的现有限制 (或未来探测) 结合, 就能掌握 H 及其时间导数, 进而限制暴胀势 $V(\phi)$.

再以算符 M_2^4 为例, 它给出二次作用量

$$\int d^4x a^3 \left[-\frac{M_{\text{P}}^2 \dot{H}}{c_s^2} \left(\dot{\pi}^2 - c_s^2 \frac{(\partial_i \pi)^2}{a^2} \right) \right], \quad (17)$$

其中声速为

$$\frac{1}{c_s^2} = 1 - \frac{2M_2^4}{\dot{H} M_{\text{P}}^2}. \quad (18)$$

注意, 如果 M_2 足够大, 意味着违反零能量条件 (null energy condition, NEC) 的 $\dot{H} > 0$ 不再与类幽灵不稳定性相联系. NEC 破缺与不稳定性之间的一般联系 [48, 49] 在此仍然存在, 因为模型中出现了梯度不稳定性. 不过, 从自下而上的角度, 可以构造一种允许 $\dot{H} > 0$ 的稳定有效场论, 称为幽灵凝聚 [1].

目前尚不清楚违反 NEC 的模型能否获得紫外完备化, 而且确有结果暗示答案是否定的 [50]. 下文聚焦 $\dot{H} < 0$ 的情形, 此时有

$$k^3 P_\zeta(k) \propto \frac{H^2}{M_{\text{Pl}}^2 \varepsilon c_s}. \quad (19)$$

即使探测到原初张量模, 也仍无法区分 ε 与声速的贡献. 要在这种情况下掌握 c_s , 必须考察相互作用. 事实上, 打开算符 M_2^4 、 M_3^4 后得到

$$S_\pi^{(3)} = \int d^4x a^3 \left[\frac{M_{\text{Pl}}^2 \dot{H}}{c_s^2} (1 - c_s^2) \left(\frac{\dot{\pi}(\partial_i \pi)^2}{a^2} - \left(1 + \frac{2}{3} \frac{\tilde{c}_3}{c_s^2} \right) \dot{\pi}^3 \right) \right], \quad (20)$$

其中

$$\frac{4}{3} \frac{M_3^4}{\dot{H} M_{\text{Pl}}^2} = \frac{2}{3} \frac{1 - c_s^2}{c_s^2} \frac{\tilde{c}_3}{c_s^2}. \quad (21)$$

声速不等于 1 意味着存在特定的相互作用 $\dot{\pi}(\partial_i \pi)^2$, 其系数由 c_s^2 唯一确定. 因此, 通过限制 $\dot{\pi}(\partial_i \pi)^2$ 所产生的非高斯性, 便能限制单时钟暴胀中标量模的传播速度.

二次作用量与相互作用之间的这一关系, 是时间微分同胚的非线性实现所强制要求的. 在退耦极限中, 该对称性约化为 de Sitter 膨胀变换与推动变换下的不变性; 相应生成元为

$$\xi_0^\mu = -H^{-1} \delta_0^\mu + x^i \delta_i^\mu, \quad (22a)$$

$$\xi_i^\mu = \delta_i^\mu x^2 - 2x^i x^j \delta_j^\mu + 2H^{-1} x^i \delta_0^\mu, \quad (22b)$$

其中 $x^2 = -\eta^2 + \mathbf{x}^2$. 在这些变换下, π 作非线性变换 [51]: 对于无穷小变换参数 λ^a ($a \in \{0, 1, 2, 3\}$), 有

$$\delta \pi = \lambda^a \xi_a^\mu \partial_\mu \pi + \lambda^a \xi_a^0, \quad (23)$$

这里使用了式 (13). 只有当式 (20) 中 $\dot{\pi}(\partial_i \pi)^2$ 算符的系数以这一特定方式依赖声速时, 作用量才在式 (22b) 的变换下保持不变.

最后更详细地讨论打开 M_n^4 算符时的退耦极限. 当 $c_s^2 \ll 1$ 时, 有 $E_{\text{mix}}/H \sim (\varepsilon/c_s^2)^{1/2}$. 因此, 在固定 ε 时, 如果要使用式 (16) 的退耦极限作用量, 声速就不能过小.³ 由于混合尺度取决于所考察的算符, 要限制哪一类 π 相互作用, 就必须相应地作类似分析.

2.6 有效场论的截断

读者或许会问, 截断尺度对任何有效理论都至关重要, 为何直到现在才开始讨论? 原因是 EFTI 的截断取决于哪些算符主导作用量, 因此必须先引入这些算符. 本文只综述 $c_s^2 \ll 1$ 时 $P(X, \phi)$ 理论中的情形, 其他情形的详情见文献 [2].

我们聚焦式 (20) 中系数由 c_s 确定的算符 $\dot{\pi}(\partial_i \pi)^2$. 在亚视界极限中, 求出戈德斯通玻色子树图级散射仍可作微扰处理的最高能量, 便能估计理论的紫外截断. 计算本身很直接, 唯一的复杂之处来自非相对论色散关系 $\omega = c_s k$. 所得截断尺度 (或“强耦合”尺度) $\Lambda_\star$ 为

$$\Lambda_\star^4 \simeq \frac{f_\pi^4 c_s^7}{1 - c_s^2}, \quad (24)$$

³当前对声速的限制来自原初非高斯性 (稍后讨论), 对 ε 的限制则来自尚未探测到 CMB 的原初 B 模偏振; 二者在 95% CL 下分别为 $c_s^2 \gtrsim 4 \times 10^{-4}$ [37] 和 $\varepsilon \lesssim 4 \times 10^{-3}$ [36]. $E_{\text{mix}}/H \ll 1$ 的参数空间仍然允许; 不过, 若未来探测到这两个参数, 为精确计算 ζ 的相关函数, 可能必须超越退耦极限.

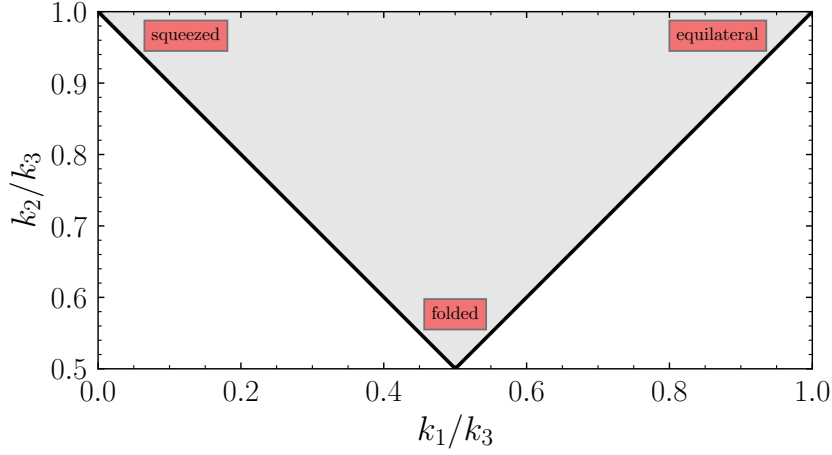


图 3: 用于绘制形状函数 $S(x_1, x_2, 1) = S(x_1, x_2)$ 、并计算两个形状之间余弦的动量区域 $\mathcal{V}$ 。等边位形为 $x_1 \rightarrow 1, x_2 \rightarrow 1$ ；挤压位形为 $x_1 \rightarrow 0, x_2 \rightarrow 1$ ，即其中一个模式 (k_1) 的波长远大于另外两个模式的极限。 $x_1 \rightarrow 1/2, x_2 \rightarrow 1/2$ 称为折叠位形，对应一个极扁的等腰三角形。

其中 f_π^4 根据动能项 (17) 定义为

$$f_\pi^4 = \frac{2M_{\text{P}}^2 |\dot{H}|}{c_s^2}. \quad (25)$$

$\Lambda_\star$ 表示无穷多个有效场论算符都开始变得重要的能量。因此，有效描述在此失效，新物理必须出现 [2, 6]。

在这个例子中，我们受 $P(X, \phi)$ 模型启发而构造了涨落的有效场论。然而，只有当 $\Lambda_\star \gg f_\pi$ 时，才能把 $P(X, \phi)$ 视为 EFTI 的紫外完备化：它是一个弱耦合的“暴胀有效场论”，在平凡背景 $X = 0$ 与滚动背景 $X \neq 0$ 之间插值 [5, 52]。当 $c_s \ll 1$ ，或更一般地 $\Lambda_\star \ll f_\pi$ 时， $P(X, \phi)$ 在 $X = 0$ 附近强耦合，因此需要其他方案。下一节将讨论这一观察如何为原初非高斯性给出具有理论动机的目标。

2.7 原初非高斯性的振幅与形状

描述偏离高斯分布的主要可观测量，是第 2.4 节引入的双谱。 ζ 在超视界尺度上的守恒意味着，在慢滚近似的领头阶上， $B_\zeta(k_1, k_2, k_3)$ 具有标度不变性。由动量守恒，双谱中的三个动量构成三角形。将振幅因子提出，并引入一个描述三角形形状依赖的函数很有用：

$$B_\zeta(k_1, k_2, k_3) = \frac{18}{5} f_{\text{NL}} \Delta_\zeta^4 \frac{S(k_1, k_2, k_3)}{k_1^2 k_2^2 k_3^2}, \quad (26)$$

其中 $\Delta_\zeta^2 = k^3 P_\zeta(k)$ ，因子 $18/5$ 是历史约定；无量纲形状函数 $S(k_1, k_2, k_3)$ 在等边位形下归一化为 1，即 $S(k, k, k) = 1$ 。

Planck 卫星已经非常精确地测量了原初功率谱的振幅 Δ_ζ^2 ($\Delta_\zeta^2 \approx 4.1 \times 10^{-8}$)。因此，原初非高斯性的总体水平由参数 f_{NL} 控制。比较戈德斯通玻色子的二次和三次拉格朗日量，可以估算 f_{NL} [2]：

$$\frac{\mathcal{L}_\pi^{(3)}}{\mathcal{L}_\pi^{(2)}} \sim f_{\text{NL}} \zeta, \quad (27)$$

这里在穿越视界时估计各导数。以式 (17) 和式 (20) 中的相互作用为例：在穿越视界时， $\partial_0 \sim H$ ，但 $\partial_i/a \sim H/c_s$ 。因此，当 $c_s^2 \ll 1$ 时，式 (20) 中含更多空间导数的算符会得到增强。于是

$$\frac{\mathcal{L}_\pi^{(3)}}{\mathcal{L}_\pi^{(2)}} \sim \frac{H \pi \left(\frac{H}{c_s^2} \pi \right)^2}{(H \pi)^2} \sim \frac{H \pi}{c_s^2} \sim \frac{\zeta}{c_s^2}. \quad (28)$$

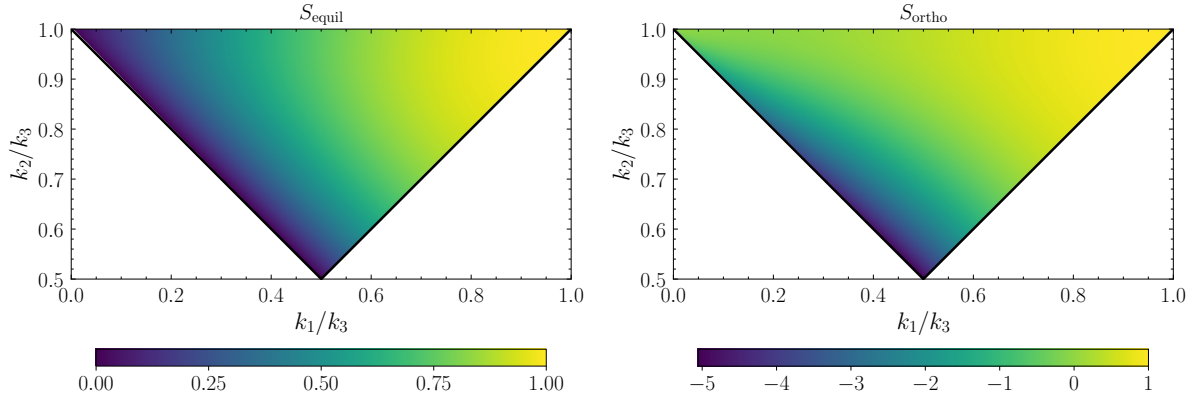


图 4: 左图——式 (33) 的等边模板, 在等边位形处达到峰值. 右图——正交模板, 在折叠位形处达到峰值.

故 $f_{\text{NL}} \sim 1/c_s^2$. 精确计算给出 [4, 27, 53]

$$f_{\text{NL}}^{\dot{\pi}(\partial_i \pi)^2} = \frac{85}{324} \left(1 - \frac{1}{c_s^2} \right). \quad (29)$$

这种非高斯性在等边位形附近达到峰值. 这是因为 π 的导数在视界外迅速衰减, 而模式深处视界内时又因快速振荡而贡献很小, 所以三个模式大约同时穿越视界时相互作用最强. 从数据分析和实际探测原初非高斯性的角度看, 最好找到既易于操作、又能很好代表 $\dot{\pi}(\partial_i \pi)^2$ 算符双谱形状的模板. 例如, 能够关于 k_1, k_2, k_3 分离的模板非常有用. 可以通过引入两个形状之间的余弦来寻找这样的模板. 首先, 由于标度不变性, 总能把形状函数改写为

$$S\left(\frac{k_1}{k_3}, \frac{k_2}{k_3}, 1\right) \equiv S(x_1, x_2, 1) \equiv S(x_1, x_2). \quad (30)$$

按 $k_1 \leq k_2 \leq k_3$ 排列动量后, 动量守恒等价于要求 $0 \leq x_1 \leq 1$ 和 $1 - x_1 \leq x_2 \leq 1$; 图 3 展示了该区域 $\mathcal{V}$. 给定两个形状 $\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2$, 可以验证积分

$$\mathcal{S}_1 \cdot \mathcal{S}_2 = \int_{\mathcal{V}} dx_1 dx_2 \mathcal{S}_1(x_1, x_2) \mathcal{S}_2(x_1, x_2) \quad (31)$$

定义了一个标量积. 于是余弦

$$\frac{\mathcal{S}_1 \cdot \mathcal{S}_2}{\sqrt{(\mathcal{S}_1 \cdot \mathcal{S}_1)(\mathcal{S}_2 \cdot \mathcal{S}_2)}} \quad (32)$$

量化了两个形状的相似程度 [3, 4]. 可以验证, 形状

$$S_{\text{equil}}(k_1, k_2, k_3) \propto \left(\frac{k_1}{k_2} + \text{另加 5 个置换} \right) - \left(\frac{k_1^2}{k_2 k_3} + \text{另加 2 个置换} \right) - 2 \quad (33)$$

与 $\dot{\pi}(\partial_i \pi)^2$ 的形状高度重叠. 这就是图 4 所示的等边模板.

余弦最初用于研究两种不同模板在 CMB 或大尺度结构数据中能够被区分到何种程度. 给定一种双谱形状, 可以为其 f_{NL} 构造最优估计量. 若两种形状的标量积很小, 那么为其中一种形状设计的最优估计量会很难探测到由另一种形状产生的非高斯性, 反之亦然 (详情见文献 [3]). 因此, 也可以修改余弦的定义, 以计入特定 CMB 或大尺度结构实验的噪声和窗函数.

要进行全面搜索, 需要一组形状基底, 将 EFTI 的双谱投影到其中 [4]. 对于 $P(X, \phi)$ 理论, 这组基底由 $\dot{\pi}(\partial_i \pi)^2$ 与 $\dot{\pi}^3$ 产生的双谱构成; 后者的 f_{NL} 为

$$f_{\text{NL}}^{\dot{\pi}^3} = \frac{10}{243} \left(1 - \frac{1}{c_s^2} \right) \left(\tilde{c}_3 + \frac{3}{2} c_s^2 \right). \quad (34)$$

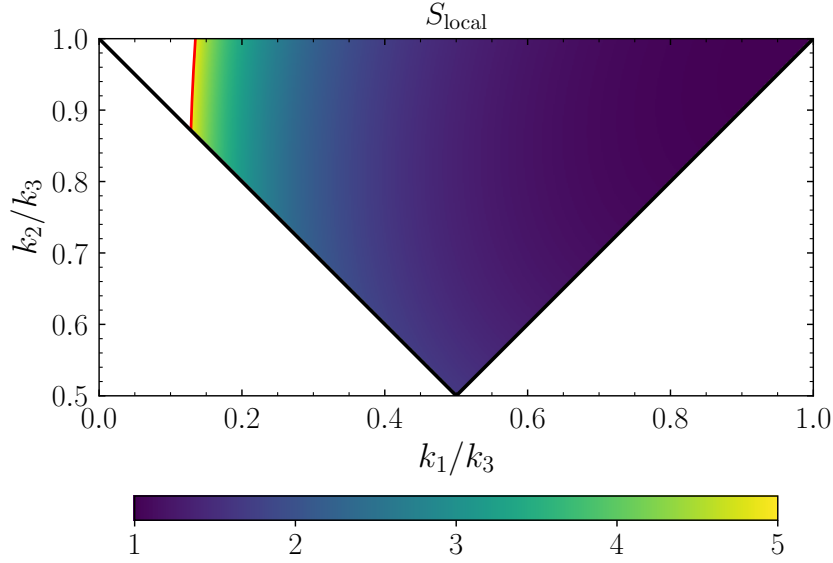


图 5: 局域模板. 在挤压极限中, 它按 $1/x_1$ 发散.

为实现这一投影, 人们引入了正交形状, 见图 4 右图.

正交模板得名于它与等边模板的重叠为零, 即 $S_{\text{equil}} \cdot S_{\text{ortho}} = 0$. 因此, 可以把它看成无穷维形状空间中的第二个基矢. 借助余弦, 便能用 $f_{\text{NL}}^{\text{equil}}$ 和 $f_{\text{NL}}^{\text{ortho}}$ 表示 $f_{\text{NL}}^{\dot{\pi}(\partial_i \pi)^2}$ 与 $f_{\text{NL}}^{\dot{\pi}^3}$.

利用式 (29)、(34), 可以把对 $f_{\text{NL}}^{\text{equil}}$ 和 $f_{\text{NL}}^{\text{ortho}}$ 的限制转化为对声速与参数 $\tilde{c}_3$ 的限制. 人们已经将这一方法用于 WMAP 和 Planck 卫星的 CMB 数据 [37], 近来还用于 BOSS 星系巡天的大尺度结构数据 (见第 3.12 节的讨论和参考文献).

结束本节前, 依照文献 [5, 6, 54] 指出一个由理论驱动的 $f_{\text{NL}}^{\text{equil}}$ 与 $f_{\text{NL}}^{\text{ortho}}$ 目标. 这些可观测量与有效场论的截断直接相关: f_{NL} 越大, 强耦合尺度越低. 正如第 2.6 节所述, 当 $\Lambda_* \ll f_\pi$, 尤其是 $c_s \ll 1$ 时, EFTI 的紫外完备化在定性上具有不同性质. 根据式 (29) 和式 (34) 的预言, 自然目标是 $f_{\text{NL}}^{\text{equil}}, f_{\text{NL}}^{\text{ortho}} \sim 1$. 为达到这一目标, 人们已经付出并仍在付出大量努力.

2.8 局域非高斯性与一致性关系

还有一类重要的非高斯性, 即所谓局域型非高斯性, 其模板为

$$S_{\text{local}}(k_1, k_2, k_3) = \frac{1}{3} \frac{k_1^2}{k_2 k_3} + \text{另加 2 个置换} \quad (35)$$

它得名于对高斯变量的局域非线性修正: $\zeta(\mathbf{x}) \rightarrow \zeta(\mathbf{x}) + \zeta^2(\mathbf{x})$. 重要的是, 从图 5 可见, 它在挤压位形达到峰值, 因而很容易与等边、正交非高斯性区分.

单时钟暴胀中的局域非高斯性为零. 这是因为在单时钟暴胀中, 双谱的挤压极限由一致性关系根据功率谱唯一确定 [7, 8, 45]:

$$\lim_{k_1 \rightarrow 0} B_\zeta(k_1, k_2, k_3) = \left[-\frac{d \ln k_S^3 P_\zeta(k_S)}{d \ln k_S} + \mathcal{O}\left(\frac{k_L^2}{k_S^2}\right) \right] P_\zeta(k_L) P_\zeta(k_S), \quad (36)$$

其中定义

$$\mathbf{k}_L = \mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3, \quad \mathbf{k}_S = \frac{\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3}{2}. \quad (37)$$

这一结果可按如下方式推导. 当长模 k_1 离开视界时, 在 ζ 规范中定义的 ADM 变量 N 、 N^i 的相应扰动趋于零. 在该极限下, 度规变为

$$ds^2 \approx -dt^2 + a^2(t) e^{2\zeta(\mathbf{x})} \delta_{ij} dx^i dx^j, \quad (38)$$

这里利用了 ζ 变为常数这一事实。短波模式的演化随后与无扰动 FLRW 宇宙中的演化相同，只是标度因子被替换为局域标度因子 $a^2(t)e^{2\zeta(\mathbf{x})}$ 。因此，长模与两个短模的相关由式 (36) 所示的尺度变换给出。由此可以说，单时钟暴胀不会产生局域非高斯性：测量三点函数的挤压极限，并不能获得超出两点函数测量的信息。换言之，长波场 $\zeta(\mathbf{x})$ 可以通过式 (36) 所对应的大规范变换从度规中局域移除，因而在局域不可观测。

单场暴胀的一致性关系是过去十年的活跃研究领域。式 (36) 的主要结果已推广到高阶相关函数和含软张量模的情形 [51, 55–58]，也推广到多重软极限 [59, 60]。

推导暴胀一致性关系的同一思路，可以从长模离开视界一直推广到其重新进入视界，从而得到宇宙学可观测的一致性关系；这些关系都具有式 (36) 的形式。其中较著名的是大尺度结构一致性关系 [61–67]，但对于 CMB 各向异性和 CMB 频谱畸变也得到了类似结果 [68–70]。

在唯象层面，一致性关系具有非常重要的作用。它们意味着：只要探测到局域非高斯性，即发现一致性关系被违反，就能排除单场 EFTI 所描述的全部模型。因此，在原初宇宙物理方面，当前大多数实验工作都聚焦局域非高斯性。

2.9 超越单时钟暴胀

额外自由度的存在会显著改变暴胀的预言。例如，含额外无质量场的暴胀模型（通常称为“多场模型”）可以产生局域非高斯性 [71–75]，因而可以违反单场一致性条件 (36)。

事实上，即使新自由度有质量，也会在非高斯相关函数的挤压极限中留下印记 [76–79]。例如，交换质量为 m 的标量场会导致如下挤压极限行为：

$$\frac{1}{k_L^3 k_S^3} \left(\frac{k_L}{k_S} \right)^{\frac{3}{2} + i\mu} + \text{复共轭} \quad \text{其中} \quad i\mu = \sqrt{\frac{9}{4} - \frac{m^2}{H^2}}. \quad (39)$$

当 $m^2/H^2 \rightarrow 0$ 时，它趋近局域非高斯性；当 $m/H > 3/2$ 时，则出现鲜明的振荡行为。若所交换粒子的自旋 s 非零，挤压极限相关函数还会具有角向依赖 $P_s(\hat{\mathbf{k}}_L \cdot \hat{\mathbf{k}}_S)$ 。因此，研究暴胀相关函数的挤压极限，实际上是在对那个时代进行频谱学分析。

当然，可以把这些额外自由度纳入 EFTI 以复现已知结果；更重要的是，这样能够探索与对称性相容的全部可能性。沿这一方向的部分工作见文献 [80–85]。

举例而言，回顾 Higuchi 界限：de Sitter 群的有质量、非零自旋么正表示不能任意轻，即 $m^2 > s(s-1)H^2$ [86]。这一界限会压低自旋自由度所产生的挤压极限信号（见式 (39)）。不过，即使暴胀时空非常接近 de Sitter 时空，Higuchi 界限仍可能被显著违反，因为暴胀期间 dS 等距性遭到破缺（存在优选时间切片）。暴胀有效场论有助于系统研究这种可能性，而它确实会产生具有唯象意义的印记 [85]。

迄今为止，对原初非高斯性的限制主要由 CMB 实验推动；要进一步改进这些限制，还应探索其他探针，其中最重要的就是大尺度结构。不过，要从大尺度结构获得稳健的原初非高斯性限制，必须准确地从理论上描述引力坍缩产生的非线性，因为它们是提取原初信号时的“噪声”。这正是大尺度结构有效场论发挥作用之处；它是有效场论技术应用于宇宙学的又一成功范例。

3 大尺度结构有效场论

暴胀期间播下种子的密度涨落，可以通过 CMB 扰动和大尺度结构观测到。大尺度结构是低红移宇宙学尺度上的物质分布；我们通过多种渠道测量这种分布，包括 CMB 与星系弱引力透镜、光谱星系巡天、Lyman- α 强度吸收图样等。为了进一步了解宇宙，必须建立这些可观测量与宇宙基本

性质之间的联系。理想情况下，我们希望像分析 CMB 那样分析大尺度结构数据：对于 CMB，可以用线性宇宙学微扰论从观测到的温度和偏振涨落谱中提取宇宙学参数。

然而，大尺度结构可观测量与 CMB 可观测量有所不同。低红移宇宙深受引力不稳定性及复杂星系形成物理的影响，而这两者都无法在线性宇宙学微扰论中得到充分建模。另一方面，由于物质分布本质上是三维的，大尺度结构实验原则上可测量的模式数远多于 CMB。只要能够精确建模大尺度结构，就有望非常精确地测量宇宙学参数。

大尺度结构有效场论 [9, 10] 及其衍生理论 [87–89]，是精确解析计算宇宙非线性结构形成的理论工具。该理论主要研究星系等有偏示踪体的数密度在给定宇宙学模型所确定的均匀、各向同性背景附近的微小涨落。理论的截断由引力坍缩变得高度非线性，或含重子的天体物理过程开始产生显著影响的尺度给出。在截断尺度以下，长波密度涨落的演化与相互作用由作为唯一长程力的引力和系统对称性确定。值得注意的是，即使控制星系形成的复杂重子物理细节未知，这也使我们能够用弱耦合理论描述大尺度结构形成。这样，大尺度结构有效场论便在暴胀设定的（非）高斯初始条件与晚期宇宙可观测量之间建立了直接联系。下面综述该领域的现状。

3.1 大尺度结构的流体描述

为说明大尺度结构有效场论的主要原理，聚焦一个由无碰撞、非相对论粒子主导宇宙的简单例子；这一例子已经相当一般。这些粒子可以代表暗物质、小暗物质晕（数值 N 体模拟中常见），也可以代表原初黑洞等其他致密天体。由于引力坍缩发生在哈勃视界以内足够深处，基本处于牛顿非相对论区间。在这一范围内，由 N 个质量均为 m 、仅通过引力相互作用的相同粒子组成的系统，可以用总相空间概率分布函数（probability distribution function, PDF） $f(t, \mathbf{p}, \mathbf{x})$ 的 Vlasov 方程精确描述：

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{p^i}{ma^2} \frac{\partial f}{\partial x^i} - m \sum_{a,b;a \neq b} \frac{\partial \phi_a}{\partial x^i} \frac{\partial f_b}{\partial p^i} = 0, \quad (40)$$

其中 ϕ_a 和 f_b 分别为单粒子引力势与相空间密度，且 $f = \sum_{a=1}^N f_a$ 。这一设定使我们能够通过显式积掉紫外模式，得到长波自由度的运动方程。在实践中，可用截断尺度为 Λ 的低通滤波器对玻尔兹曼方程作粗粒化，并取所得滤波相空间 PDF 的前两个矩，从而得到 [9, 10]

$$\begin{aligned} \partial_\tau \delta + \partial_i [(1 + \delta) v^i] &= 0, \\ \partial_\tau v^i + \mathcal{H} v^i + \partial^i \Phi + v^j \partial_j v^i &= -\frac{1}{a\rho} \partial_j \tau^{ij}, \\ \Delta \Phi &= \frac{3}{2} \mathcal{H}^2 \Omega_m \delta. \end{aligned} \quad (41)$$

这些方程使用了共形时间 $d\tau = dt/a$ 。 Ω_m 是进入 Friedmann 方程的含时物质密度比例， $\mathcal{H} = \partial_\tau a/a$ 是共形哈勃参数， Φ 是引力势； $\delta \equiv \delta\rho/\bar{\rho}$ 和 v^i 分别为滤波后的密度反差与本动速度场，由密度场和动量场粗粒化而得：

$$\rho \equiv \frac{m}{a^3} \int d^3 p f(\mathbf{p}, \mathbf{x}), \quad \frac{v^i}{\rho} \equiv \frac{1}{a^4} \int d^3 p p^i f(\mathbf{p}, \mathbf{x}). \quad (42)$$

如文献 [9] 所论证，只要感兴趣的尺度大于暗物质粒子的有效平均自由程，就可以自治地截断玻尔兹曼方程无穷的矩层级。关键在于，式 (41) 中欧拉方程的右端出现了有效应力张量 τ^{ij} ，它由积掉短尺度涨落产生。正如下文将说明的，在大尺度上可以按空间导数与长波密度场的幂次展开该有效应力张量。因此，只要满足

$$\frac{k}{k_{\text{NL}}} \ll 1, \quad (43)$$

就可以对宇宙作流体描述. 这里 k 是密度扰动的波数, $k_{\text{NL}}^{-1} \sim 5 \text{ Mpc}$ (红移为零时) 是所谓的非线性尺度, 在该尺度上密度场方差达到单位量级: $(2\pi^2)^{-1} P_{\text{lin}}(k_{\text{NL}}) k_{\text{NL}}^3 \approx 1$.

式 (41) 是长波自由度的运动方程. 我们从自引力系统的简单精确描述出发, 显式积掉紫外模式而得到它. 不过, 与其他有效场论一样, 即使不知道紫外模型, 也可以通过辨认相关长波自由度并施加系统的全部对称性, 推导出同样的运动方程 [90]. 因此, 式 (41) 给出的长波描述具有普适性: 按构造, 它涵盖结构形成的所有可能微观情景. 这一描述使我们能够系统而稳健地纳入未指定紫外物理的影响. 有效场论的退耦原理保证, 任何紫外物理的影响都能由只依赖长波自由度的有效算符捕获, 故这并不令人意外.

3.2 应力张量与时间 (非) 局域性

滤去短尺度模式会在欧拉方程 式 (41) 中产生有效应力-能量张量. 该张量只依赖长波自由度, 即平滑后的密度反差与本动速度. 这两个场包含确定性分量和随机分量: 确定性分量与长波场相关, 随机分量则不相关. 不过, 随机分量的统计性质受到对称性的强烈限制, 因此即使存在随机分量, 理论仍具有预言能力.

在足够大的尺度上, 非线性演化可以忽略, 因此这些量都很小. 于是可以按波数、大尺度场和空间导数的幂次, 对有效应力张量的确定性部分作 Taylor 展开. 与旋转不变性和等效原理相容的最一般表达式为 [91]

$$\frac{1}{a\rho} \partial_j \tau^{ij} = \int d\tau' K(\tau, \tau') \partial^i \delta(\mathbf{x}_{\text{fl}}[\mathbf{x}, \tau; \tau'], \tau') + \dots, \quad (44)$$

其中 $K(\tau, \tau')$ 是时间传播子, $\mathbf{x}_{\text{fl}}[\mathbf{x}, \tau; \tau']$ 是流体元 $(\mathbf{x}, \tau)$ 在时刻 τ' 的位置. 需要强调的是, 有效应力张量依赖于过去光锥上取值的场, 即大尺度结构有效场论一般在时间上非局域 [92]. 在通常的有效场论中, 短模的时间尺度比长波自由度更快, 因此其演化可近似为准瞬时过程, 也就是时间准局域. 然而在大尺度结构中, 短尺度和大尺度都在同一个特征时间尺度 $\mathcal{H}^{-1}$ 上演化. 尽管如此, 在微扰论中仍可沿流体轨迹对式 (44) 右端的场作 Taylor 展开, 从而用时间局域算符重新表述理论. 因此, 次领头阶的有效应力张量为 [10, 91, 93–95]

$$-\frac{1}{a\rho} \partial_j \tau^{ij} = -c_s^2 \partial^i \delta + \frac{c_v^2}{\mathcal{H}} \partial^i \partial_k v^k - c_1 \partial^i \delta^2 - c_2 \partial^i (s^{kl} s_{kl}) - c_3 s^{ij} \partial_j \delta - \frac{1}{a\rho} \partial_j \tau_{\text{stoch.}}^{ij}, \quad (45)$$

其中 $c_s^2, c_v^2, c_{1,2,3}$ 是含时威尔逊系数, 并引入潮汐张量

$$s_{ij} = \frac{2}{3\Omega_m \mathcal{H}^2} \left(\partial_i \partial_j \Phi - \frac{1}{3} \delta_{ij} \Delta \Phi \right). \quad (46)$$

更高阶的一般反项基底含有对流导数 [93, 96, 97], 它们来自对式 (44) 中的 $\mathbf{x}_{\text{fl}}$ 作展开. $\tau_{\text{stoch.}}^{ij}$ 是与 δ 不相关的随机贡献. 它在空间上局域且解析, 并满足等效原理以及质量、动量守恒. 最低阶形式为

$$\partial_i \left[\frac{1}{a\rho} \partial_j \tau_{\text{stoch.}}^{ij} \right] = J_0, \quad \langle J_0(\mathbf{k}) J_0(\mathbf{k}') \rangle \propto \left(\frac{k}{k_{\text{NL}}} \right)^4. \quad (47)$$

3.3 圈展开

把式 (45) 代入式 (41), 得到物质流体的有效运动方程. 在 δ, v^i 的线性阶上, 其解为线性增长模

$$\delta_{(1)} = -(\mathcal{H}f)^{-1} \partial_i v_{(1)}^i = D(\tau) \delta_0(\mathbf{k}), \quad (48)$$

其中 $\delta_0(\mathbf{k})$ 是初始密度场, $D(\tau)$ 是在红移为零时归一化为一的线性增长因子, $f \equiv d \ln D / d \ln a$ 是对数增长率. 结构形成的初始条件在复合之后设定, 因此 $\delta_0(\mathbf{k})$ 是近似高斯随机场, 其性质编码在

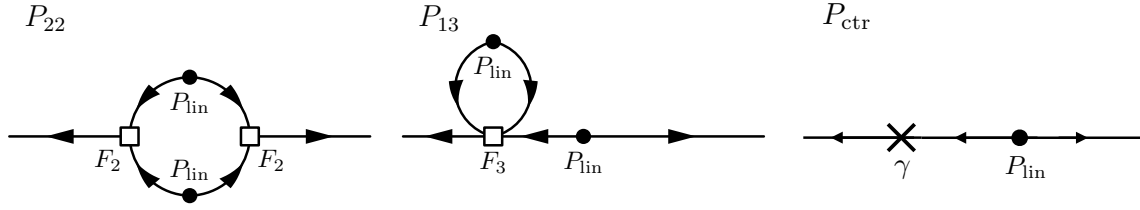


图 6: 对单圈物质功率谱确定性部分有贡献的图. 引自文献 [98].

线性功率谱 P_{lin} 中:

$$\langle \delta_0(\mathbf{k}) \delta_0(\mathbf{k}') \rangle = (2\pi)^3 \delta^{(3)}(\mathbf{k} + \mathbf{k}') P_{\text{lin}}(k), \quad (49)$$

所以在领头阶（线性理论）上有

$$\langle \delta_{(1)}(\tau, \mathbf{k}) \delta_{(1)}(\tau, \mathbf{k}') \rangle = (2\pi)^3 \delta^{(3)}(\mathbf{k} + \mathbf{k}') D^2(\tau) P_{\text{lin}}(k).$$

求解式 (41) 时, 采用 EdS 近似并把所关心的场 δ 与 $\theta \equiv -(\mathcal{H}f)^{-1} \partial_i v^i$ 各分为两部分较为方便.⁴ 其中一部分通过形式上把有效应力张量置零而得到, 另一部分则包含该张量存在所产生的修正. 于是物质密度的总微扰解可写为

$$\delta = [\delta_{(1)} + \delta_{(2)} + \delta_{(3)} + \dots] + \delta_{(1)}^c + \dots, \quad (50)$$

速度散度 θ 也有类似形式. 修正 $\delta_{(n)}$ 为

$$\delta_{(n)}(\tau, \mathbf{k}) = D^n(\tau) \int_{\mathbf{q}_1 \dots \mathbf{q}_n} F_n(\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_n) \delta^{(3)}\left(\sum_{i=1}^n \mathbf{q}_i - \mathbf{k}\right) \delta_0(\mathbf{q}_1) \dots \delta_0(\mathbf{q}_n), \quad (51)$$

其中 $F_n(\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_n)$ 是卷积核, 其形式由无压流体方程的非线性结构决定. 前几个核显式为

$$F_1(\mathbf{q}) = 1, \quad F_2(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) = \frac{5}{7} + \frac{(\mathbf{q}_1 \cdot \mathbf{q}_2)}{2} \left(\frac{1}{q_1^2} + \frac{1}{q_2^2} \right) + \frac{2}{7} \frac{(\mathbf{q}_1 \cdot \mathbf{q}_2)^2}{q_1^2 q_2^2}. \quad (52)$$

应力张量产生的第一个修正为

$$\delta_{(1)}^c = -\gamma k^2 \delta_{(1)}(\tau, \mathbf{k}), \quad \gamma \equiv -\frac{1}{D(a)} \int da' D(a') G_\delta(a, a') (c_s^2 + c_v^2), \quad (53)$$

其中 $G_\delta(a, a')$ 是线性化流体方程中密度场的 Green 函数 [10]. 包含领头阶非线性（即单圈修正）的物质场两点函数由 $P_{\text{NLO}} = D^2(\tau) P_{\text{lin}}(k) + P_{1\text{-loop}}(\tau, k)$ 给出, 其中

$$\begin{aligned} P_{1\text{-loop}}(\tau, k) &= 2D^4(\tau) \int_{\mathbf{q}} F_2^2(\mathbf{k} - \mathbf{q}, \mathbf{q}) P_{\text{lin}}(|\mathbf{k} - \mathbf{q}|) P_{\text{lin}}(q) \\ &+ 6D^4(\tau) P_{\text{lin}}(k) \int_{\mathbf{q}} F_3(\mathbf{k}, -\mathbf{q}, \mathbf{q}) P_{\text{lin}}(q) - 2\gamma(\tau) k^2 D^2(\tau) P_{\text{lin}}(k) + c_{\text{stoch}} k^4. \end{aligned} \quad (54)$$

这一修正可以用图 6 所示的费曼图表示.

对微扰解作式 (50) 的拆分有助于有效场论的幂次计数. 在弱非线性尺度上, 可以把线性功率谱近似为幂律 $P_{\text{lin}} = (k/k_{\text{NL}})^n$, 其中 $n \approx -1.5$ [90, 99]. 利用近似 Lifshitz 对称性, 无量纲功率谱可

⁴在宇宙学微扰论中, 只有 v^i 的纵向部分具有增长模. 横向部分在线性理论中衰减, 但在非线性阶被激发. 原则上可以把它纳入, 不过对于多数应用, 其贡献可以忽略 [90].

写为

$$\Delta^2(k) = \left(\frac{k}{k_{\text{NL}}}\right)^{n+3} \left(1 + \left(\frac{k}{k_{\text{NL}}}\right)^{n+3} \left[a_1 + a_2 \ln \frac{k}{k_{\text{NL}}}\right]\right) + b_c \left(\frac{k}{k_{\text{NL}}}\right)^{n+5} + b_{\text{stoch}} \left(\frac{k}{k_{\text{NL}}}\right)^7 + \dots, \quad (55)$$

其中第一行包含流体方程内禀非线性所产生的单圈修正，第二行则给出有效应力张量确定性和随机性部分产生的项。双圈修正的标度为

$$\Delta_{2\text{-loop}}^2(k) \sim \left(\frac{k}{k_{\text{NL}}}\right)^{2(n+3)}, \quad (56)$$

这确实表明，在次领头阶只需保留威尔逊系数为 c_s^2 和 c_v^2 的有效算符。不过要注意，真实宇宙的功率谱并非幂律；特别是它含有重子声学振荡（baryon acoustic oscillation, BAO）的波纹，会破坏关于 k/k_{NL} 的朴素幂次计数，必须通过称为红外重求和的步骤作特殊处理。

3.4 紫外重整化与红外重求和

式 (54) 中单圈积分的紫外极限为

$$P_{1\text{-loop}}(\tau, k) \Big|_{\text{UV}} = -\frac{61}{630\pi^2} D^4(\tau) k^2 P_{\text{lin}}(k) \int_{k \ll q} q^2 dq \frac{P_{\text{lin}}(q)}{q^2}. \quad (57)$$

表面看来，紫外模式通过短模位移场的方差，与波数 $k \sim 0.1 h/\text{Mpc}$ 的弱非线性模式耦合。对于一般初始功率谱，这一积分发散。该发散恰好由威尔逊系数 $\gamma(\tau)$ 抵消，从而保证密度场 n 点相关函数等物理可观测量有限。这些可观测量对短尺度物理的依赖由 $\gamma(\tau)$ 的有限部分描述；它可以在 N 体模拟中精确测量 [10, 98, 100, 101]，也可以从数据中推断。

单圈积分的红外极限为 [102, 103]

$$P_{1\text{-loop}}(\tau, k) \Big|_{\text{IR}} = D^4(\tau) \int_{\mathbf{q}: q \ll k} P_{\text{lin}}(q) \frac{(\mathbf{k} \cdot \mathbf{q})^2}{q^4} (e^{-\mathbf{q} \cdot \nabla_{\mathbf{k}'}} - 1) P_{\text{lin}}(k') \Big|_{\mathbf{k}'=\mathbf{k}}. \quad (58)$$

如果线性功率谱没有任何特征，即 $P_{\text{lin}} = P_{\text{smooth}}$ 且 $\partial_k P_{\text{smooth}}(k) \sim (1/k) P_{\text{smooth}}(k)$ ，就可以对上述微分算符作 Taylor 展开，并发现红外模式通过大尺度密度场的方差与弱非线性模式 k 耦合 [65, 104–107]：

$$P_{1\text{-loop, smooth}}(k) \Big|_{\text{IR}} \sim P_{\text{smooth}}(k) \int_{q \ll k} q^2 dq P_{\text{smooth}}(q). \quad (59)$$

这一耦合相当弱。然而， P_{lin} 含有 BAO 波纹，它们与红外模式的耦合会得到增强。取近似 $P_{\text{lin}} = P_{\text{smooth}} + P_{\text{wiggly}}$ ，其中 $P_{\text{wiggly}} \propto \cos(k r_{\text{BAO}})$ ($r_{\text{BAO}} \simeq 110 h^{-1} \text{Mpc}$ 是退耦时的共动声学视界)，得到

$$\begin{aligned} P_{1\text{-loop, wiggly}}(\tau, k) \Big|_{\text{IR}} &= -\Sigma^2 k^2 D^2(\tau) P_{\text{wiggly}}(k) \\ &\equiv -\left[\frac{D^2(\tau)}{6\pi^2} \int_{q \ll k} dq P_{\text{lin}}(q) (1 - j_0(q r_{\text{BAO}}) + 2j_2(q r_{\text{BAO}})) \right] k^2 D^2(\tau) P_{\text{wiggly}}(k). \end{aligned} \quad (60)$$

积分 Σ^2 接收到一直到 k 的模式贡献，数值上接近位移场的大尺度方差；后者相当大：在 $z \sim 0$ 、对感兴趣的模式 $k \sim 0.1 h/\text{Mpc}$ ，有 $k^2 \Sigma^2 \sim \mathcal{O}(1)$ 。因此，式 (60) 的高阶软圈修正不能忽略，必须重求和才能正确描述 BAO。这一过程称为“红外重求和” [11, 102, 103, 108–112]。它最初在拉格朗日有效场论中表述，但很快人们证明，也可以直接在欧拉有效场论的图级别进行红外重求和 [103, 111]。在硬圈 ($q \gtrsim k$) 的零阶上，有

$$P_{\text{IR-res, wiggly}}(\tau, k) = e^{-k^2 \Sigma^2} (D^2(\tau) P_{\text{wiggly}}(k)). \quad (61)$$

3.5 有效场论的不同表述

需要强调的是, 在技术层面上, 实现大尺度结构有效场论思想有多种方式. 前文讨论的、以欧拉流体变量表示的原始有效场论方案受到巨大红外贡献的困扰, 因此需要红外重求和; 圈图中虚假的红外增强又使欧拉流体变量下的红外重求和变得复杂. 这推动了拉格朗日大尺度结构有效场论的发展 [87, 89, 109, 113–116], 它还会对部分紫外贡献作部分重求和. 不过从计算效率看, 在欧拉空间工作仍有优势. 在这种情况下, 仍然可以像第 3.4 节所讨论的那样系统地进行红外重求和; 在一种称为时间切片微扰论的大尺度结构有效场论路径积分表述中, 这一点尤其明显 [88, 103, 111, 117].

这些不同技术在各自重叠的适用范围内彼此一致. 这体现了有效场论的唯一性: 只要在适当小参数的同一阶上比较结果, 物理过程的预言就不依赖具体表述. 换言之, 在相关红外和紫外小参数的给定阶上, 不同有效场论表述之间的差异只会出现在更高阶.

3.6 有偏示踪体

此前讨论了纯物质的成团. 宇宙学巡天观测到的星系密度场, 是底层暗物质场的有偏示踪体. 二者的关系由物质密度、速度和潮汐场的局域长波扰动在过去光锥上的积分给出 [96, 118–122]:

$$\delta_g = \int^\tau d\tau' \mathcal{H}(\tau') \left[\beta_1(\tau, \tau') \delta(\tau', \mathbf{x}_\Pi) + \beta_2(\tau, \tau') \mathcal{H}^{-1} \partial_i v^i(\tau', \mathbf{x}_\Pi) + \beta_3(\tau, \tau') \delta^2(\tau', \mathbf{x}_\Pi) \right. \\ \left. + \beta_4(\tau, \tau') R_*^2 \partial_{\mathbf{x}_\Pi}^2 \delta(\tau', \mathbf{x}_\Pi) + \beta_5(\tau, \tau') \mathcal{H}^{-4} (\partial_i \partial_j \phi)^2(\tau', \mathbf{x}_\Pi) + \beta_6(\tau, \tau') \epsilon(\tau', \mathbf{x}_\Pi) + \dots \right], \quad (62)$$

其中 ϵ 是与 δ 不相关的随机场, 描述示踪体的随机性; β_i 是含时核, 其特征时间尺度为 $\mathcal{H}^{-1}$ 、振幅为单位量级, 即 $\partial_\tau \beta_i \sim \mathcal{H}$; R_* 是天体的典型长度尺度. 与前文物质有效应力张量的情形类似, 可以在微扰论中沿流体轨迹作 Taylor 展开, 消去式 (62) 表面上的时间非局域性, 从而把偏置关系改写为时间局域形式 [119].⁵

$$\delta_g = b_1 \delta + \frac{b_2}{2} \delta^2 + b_{\mathcal{G}_2} \mathcal{G}_2 + b_{\nabla^2 \delta} \nabla^2 \delta + b_{\Gamma_3} \Gamma_3 + \varepsilon + \dots, \quad (63)$$

其中 ε 是与长尺度扰动不相关的随机场, 并引入新的 Galileon 算符

$$\mathcal{G}_2(\Phi) \equiv (\partial_i \partial_j \Phi)^2 - (\Delta \Phi)^2, \quad \Gamma_3 \equiv \mathcal{G}_2(\Phi) - \mathcal{G}_2(\Phi_v), \quad (64)$$

其中 Φ_v 是速度势; “...” 既表示重整化后不对单圈功率谱作贡献的算符, 也表示更高阶算符. 自由参数 $b_1, b_2, b_{\mathcal{G}_2}, b_{\nabla^2 \delta}, b_{\Gamma_3}$ 是含时威尔逊系数. 当有偏示踪体为星系或暗物质晕时, 这些偏置参数直到四次阶都已在模拟中被测得, 例如见文献 [121, 126–130].

重要的是, 偏置展开具有新的紫外尺度 R_* , 它可与坍缩天体的典型大小联系起来 [96, 118, 121, 129]. 对于晕, 它与坍缩成宿主晕的过密团块之拉格朗日半径同量级; 对于谱线发射, 它与弥散气体的 Jeans 尺度同量级 [121, 131]. 对于星系, R_* 既取决于宿主晕性质, 也取决于星系形成细节, 例如周围辐射场和星系际介质的热加热.

与暗物质情形相比, 另一个重要区别是: 随机场 ϵ 的功率谱不会像式 (47) 那样在大尺度上衰减, 而是在 $k \rightarrow 0$ 时趋于常数. 这是因为对有偏示踪体而言, 质量和动量并不守恒: 不论宿主暗物质晕质量如何, 每个星系都按相同权重计数. 随机场的这一常数功率谱与有偏示踪体中熟知的泊松噪声有关.

⁵ 严格说来, 只有在时间演化采用所谓爱因斯坦–de Sitter 近似时, 才能把偏置展开改写为时间局域形式 [121]; 对于当前和未来巡天相关的红移, 该近似精确到 $\mathcal{O}(0.1 \div 1)\%$. 处理精确时间依赖的工作可见文献 [123–125].

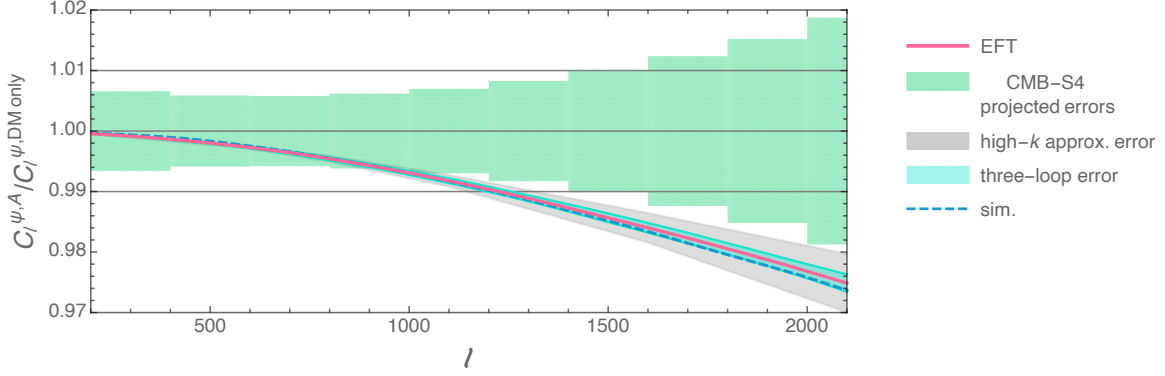


图 7: 引自文献 [135]. 图注为补充语境而经过编辑: 利用有效场论双圈预言所得“重子加暗物质”总透镜势功率谱与“仅暗物质”透镜势功率谱之比 $C_{\ell}^{\psi,A}/C_{\ell}^{\psi,DM \text{ only}}$. 绿色带为 CMB-S4 的预计误差 [136]; 灰色带为文献 [135] 所述“高 k 近似”产生的估计理论误差; 蓝绿色带为有效场论三圈项产生的估计误差. 蓝色虚线是对模拟输出直接数值积分的结果. 可以看到, CMB-S4 将对重子影响透镜势的效应高度敏感, 而双圈有效场论能够可靠描述这些效应直到 $\ell \lesssim 2000$, 事实上甚至可达更高多极.

3.7 红移空间畸变

星系巡天绘制宇宙地图时, 会根据星系红移为其指定径向位置. 观测到的星系红移受到本动速度沿视线方向投影的污染, 由此产生红移空间畸变 (redshift-space distortion, RSD). 从有效场论角度看, RSD 归结为如下依赖速度的坐标变换:

$$\delta^{(z)}(\tau, \mathbf{k}) = \delta(\tau, \mathbf{k}) + \int d^3x e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} \left(\exp \left[-i \frac{k_z}{\mathcal{H}} v_z(\tau, \mathbf{x}) \right] - 1 \right) (1 + \delta(\tau, \mathbf{x})), \quad (65)$$

其中 z 表示视线方向, 并使用了在短尺度上成立的平行平面近似. 对 RSD 映射中的指数作 Taylor 展开, 再对所得含不同速度场插入的复合算符作粗粒化, 可得到一组新的威尔逊系数, 恰当地重整化红移空间密度对紫外的敏感性. 因此, 红移空间映射是额外的非线性来源, 可以在有效场论中自洽纳入 [11, 132, 133].

3.8 大尺度结构有效场论中的重子

大尺度结构有效场论框架的一项突出优势, 是能够解析地纳入小尺度重子物理或恒星形成物理对大尺度成团的影响 [134, 135]. 在这一方法中, 冷暗物质 (CDM) 和重子被视为通过引力耦合的不同流体, 各有一组描述系统紫外性质的有效场论参数. 这些效应在大尺度上关于 k 的函数形式由对称性确定, 并像前述纯 CDM 情形一样组织成可控的导数展开. 在作大尺度预言时, 这相较于依赖含重子过程的 N 体模拟具有显著优势, 因为与纯 CDM 不同, 我们并不预先知道模拟中应包含哪些短尺度重子物理.

例如, 文献 [135] 用这种方法计算 CMB 透镜势并与数值模拟比较 (见图 7), 二者直到 $\ell \approx 2000$ 都符合得很好. 这是一个重要的可观测量, 因为它可用于在 CMB-S4 中探测中微子质量; 对于小于 120 MeV 的质量和, 大部分限制能力来自 $\ell \lesssim 2100$ [136].

3.9 场级大尺度结构有效场论

此前一直聚焦相关函数的计算. 不过, 给定某个初始条件实现, 大尺度结构有效场论自然会预言完整的非线性密度场. 这一点可以从两方面加以利用.

第一, 场级预言为比较理论与数值模拟提供了自然方法. 若二者共享相同初始条件, 比较时便无需承受宇宙方差的代价. 此外, 这种比较更为严格, 因为必须拟合全部傅里叶模, 而不只是汇总

类型	功率谱	双谱	三谱
实空间中的物质	三圈	两圈	一圈
实空间中的有偏示踪体	一圈	一圈	—
红移空间中的有偏示踪体	一圈	零圈	—

表 1: 各类示踪体的二点、三点和四点函数现有的 EFT 计算阶数.

统计量. 过去人们已利用这一点首次可靠测量有效场论参数和非线性尺度 [137, 138], 并在实空间和红移空间对有偏示踪体的理论与模拟作细致比较 [139, 140].

第二, 可以用这些方法在微扰前向建模中构造场级有效场论似然. 这种方法旨在不借助汇总统计量, 直接从完整非线性场测量宇宙学参数. 近年来, 为实现这一目标已经取得大量进展, 例如见文献 [141–149].

最后, 近期还在不显式依赖运动方程、只用系统对称性和等效原理确定星系相关函数形式方面取得了进展. 这受到类似宇宙学自举方法的启发; 后者由对称性以及局域性、么正性等一般原理推导暴胀相关函数的形式. 这一“大尺度结构自举”的自然起点在场级, 因为各种理论限制都能在此直接施加 [150, 151].

3.10 推广

有效场论的其他重要推广包括: 纳入非高斯初始条件 [120, 133, 152, 153]; 对原初振荡特征作红外重求和 [117, 154, 155]; 以及精确处理有质量中微子. 最后一项在概念上颇具挑战, 因为中微子自由流尺度 l_{fs} 显著大于非线性尺度 k_{NL}^{-1} . 不过, 可以把有质量中微子分为“快”与“慢”两部分, 从而在 $k > l_{\text{fs}}^{-1}$ 区间辨认出一个小参数, 并系统计算它们对暗物质成团的影响 [156, 157].

另一项重要任务是计入真实巡天中可能存在的选择效应. 领头阶描述这些效应的有效算符见文献 [158]. CMB 透镜、星系透镜和内禀取向的推广见文献 [159, 160]. 与暗能量和修改引力相关的额外自由度已在文献 [161–166] 中纳入, 第 4 节将作更详细说明.

3.11 当前最高阶计算

目前已经完成的最高阶 EFT 计算列于表 1, 参见文献 [91, 95, 100, 107, 167–173]. 为了在宇宙学数据分析中利用更多观测模, 必须把这些计算推广到更高圈阶和更高阶的 n 点函数. 对有质量中微子的自洽处理已经用于一圈功率谱与树图级物质双谱 [156, 157]. 形式上, 红外重求和结果适用于任意 n 点函数、任意数目的硬圈, 并同时覆盖实空间和红移空间中的一般有偏示踪体 [111].

值得一提的是, 计算 EFT 圈修正需要高效的数值工具来求解微扰论卷积积分. 要把 EFT 计算用于观测数据, 这些技术不可或缺. FFTLog 就是其中之一 [174–176]. 目前, 它已被用于红移空间有偏示踪体的一圈计算 [177]、实空间物质的两圈功率谱和一圈双谱计算 [176], 以及文献 [112] 中的 BAO 重求和.

最后, 综合这些进展, 已有若干独立程序被开发出来, 旨在提供高效、可靠的前沿 EFT 计算 [14, 177, 178].

3.12 在当前和未来数据中的应用

大尺度结构有效场论使我们能够利用观测星系功率谱完整形状中编码的宇宙学信息. 这意味着对大尺度结构数据进行自洽分析, 包括像 CMB 宇宙学分析中的常规做法一样, 直接由功率谱形状

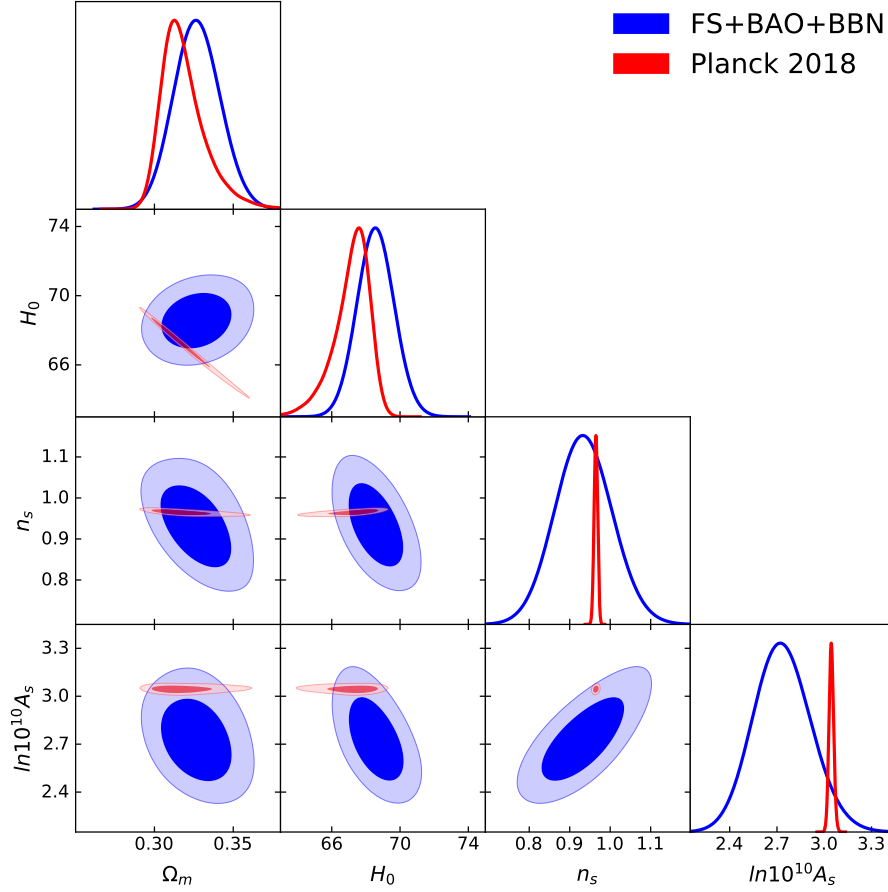


图 8: 基于 EFT 的 BOSS DR12 与 eBOSS ELG 红移空间星系功率谱完整形状 (FS) 似然, 与 BOSS、eBOSS 巡天最终的重构后 BAO 测量及 BBN 重子密度先验联合后, 对基础 Λ CDM 模型宇宙学参数的测量结果 (FS+BAO+BBN, 蓝色). 红色给出 Planck 2018 CMB 基准分析结果 [181] 以作比较. 详见文献 [182].

拟合基本宇宙学参数.⁶这类分析首次在文献 [12, 13] 中完成; 结果表明, 重子声学振荡光谱巡天 (BOSS) 第 12 次数据发布中的星系功率谱测量 [180] 是强有力的宇宙学信息来源.

基于 EFT 对 BOSS 数据的分析, 给出了不依赖 CMB 的基础 Λ CDM 模型及其推广参数测量 [181]: 包括哈勃常数 H_0 、当前物质密度比例 Ω_m 、原初功率谱振幅 A_s 与倾斜 n_s 、质量涨落振幅 σ_8 , 并约束了宇宙空间曲率 Ω_k 和暗能量状态方程参数 [14, 178, 182–189]. 值得注意的是, 其中许多参数 (如 H_0 和 Ω_m) 的测量精度与 Planck CMB 数据结果相近, 见图 8. 此外, 把基于 EFT 的 BOSS 完整形状似然与 CMB 数据结合, 还对中微子总质量和相对论自由度的有效数目给出了新的约束 [190]. 新的 BOSS 似然也使人们能够对处理所谓“哈勃张力”的若干模型施加新约束; 基于 EFT 的似然对于证明这些模型已被当前大尺度结构数据排除至关重要 [191, 192].

此外, 另一个令人振奋的进展, 是用大尺度结构有效场论约束原初非高斯性 (见第 2.7 节) [15, 16], 其中包括首次由星系巡天给出的单场原初非高斯性限制. 对于多场模型中典型的局域型非高斯性, 例如文献 [193–195] 利用功率谱的尺度依赖偏置进行了约束.

对 Euclid、DESI 等在运行实验的灵敏度预报表明, 把 EFT 用于这些巡天可显著改善宇宙学参数测量 [196]. 例如, 联合 Planck CMB 与 Euclid/DESI 数据有望以 5σ 探测中微子质量之和, 并以 0.1% 精度测量哈勃常数. 近期非高斯性约束同样预示着具有竞争力的前景, 因为前沿巡天覆盖了庞大的体积, 而 EFT 形式体系能够更精确地计算相关可观测量. 这些结论来自现实的分析: 其中对所

⁶这与某些早期工作中的术语用法不同: 它们用“完整形状”指研究某个固定功率谱模板如何受到 Alcock–Paczynski 效应扭曲的分析 [179].

有必要的威尔逊系数作了边缘化, 并采用与当前计算所确定的理论误差一致的数据切割 [197]. 随着计算精度提高, 以及从高保真数值模拟中得到更好的威尔逊系数先验 [198], 结果预计还会改善. 事实上, 这类分析及其未来的高精度版本, 正是发展大尺度结构有效场论的主要动机之一.

展望本十年之后的下一代高红移光谱巡天, 预计观测星系数目还将增加一个数量级 (例如, 参见讨论未来高红移、大体积巡天机遇的 Snowmass 白皮书 [199] 及其中参考文献). 在即将到来的极致精度时代, 本文讨论的 EFT 方法将更加重要.

4 暗能量有效场论

从观测上说, 就我们目前所知, 爱因斯坦的广义相对论 (GR) 在极其广阔的长度和时间尺度上成功描述了引力与宇宙学现象. 例如, GR 描述了太阳系中的微小效应, 如水星近日点进动和光线在太阳附近的偏折; 也描述了早期和晚期宇宙膨胀等大尺度效应、双星旋近产生的引力波辐射, 以及黑洞. 然而, GR 如此广泛的适用性 (很可能) 并非纯属巧合. GR 是描述相互作用的无质量自旋 2 粒子的唯一低能洛伦兹不变理论 (例如见文献 [200, 201]), 而作用量的规范不变性又意味着其他所有场都以相同强度与引力耦合 (这称为等效原理, 例如见文献 [202]). 这些事实使这种普适长程力的预言十分稳健.

描述从大爆炸后不久直至今天宇宙大尺度演化的标准宇宙学范式, 是带宇宙学常数 Λ 的 GR 与类流体的冷暗物质 (CDM) 粒子系统耦合, 即 Λ CDM 模型. 迄今为止, 该模型成功描述了宇宙微波背景、大爆炸核合成、宇宙大尺度结构和星系引力透镜等宇宙学现象.

然而, 从理论史上看, 对 Λ CDM 范式的一项令人忧虑的批评是宇宙学常数问题: 观测到的背景能量密度 Λ^4 比依据粒子物理认识所预期的数值低 60 至 120 个数量级, 这似乎意味着理论中存在极其严重的精细调节问题 [203]. 对此, Weinberg 提出了一种颇具吸引力的人择论解法 [204, 205]. 其论证大致如下. 首先, 把 GR 视为低能有效场论时, 宇宙学常数 Λ 是最相关算符, 因此一般预期它会出现于低能理论中, 只是其数值无法先验地确定. 为了估计这一数值, Weinberg 指出: 若它远大于当前观测值, 宇宙中便不会有恒星或行星 (因而也不会有人类). 因此, 若宇宙中存在许多具有不同 Λ 值的区域 (例如在多重宇宙情景下), 人类只会出现在 Λ 较小的区域中.

这便引出了暗能量 (DE) 和修改引力理论,⁷ 它们本质上都试图改变引力的低能动力学. 从历史上说, 人们考虑这些理论, 部分是为了尝试解释 GR 在理论上被认为存在的种种不足, Brans–Dicke 理论 [206] 和早期精质模型 [207] 便是例子. 暗能量与修改引力理论的目标包括解决宇宙学常数问题⁸, 或在不显式引入宇宙学常数的情况下解释宇宙加速 (即所谓自加速解, 例如见文献 [208]). 研究 GR 推广的历史动机固然重要 (综述例如见文献 [209]), 但本文更愿意采用一种略有不同、且更符合前述 EFT 原则的视角: 我们只问, 相对于 Λ CDM, 可能出现哪些可观测偏离? 这种提问方式的优势在于, 它指向检验 GR 并寻找新物理所致偏离的系统方法; 在精密宇宙学测量时代, 这一点尤其重要.⁹

4.1 存在物质时么正规范下的作用量

本文关注由额外标量模引起的 Λ CDM 修正; 该标量模与宇宙中时间微分同胚的破缺有关 (即存在一种优选的时空切片, 使 CMB 在其上近乎均匀且各向同性). 正如第 2.1 节所述, 描述所有这类可能修正的一般方法, 是在么正规范下写出度规的作用量. 我们不再要求作用量具有完整微分同

⁷就本文而言, 我们不在暗能量理论与修改引力理论之间作实质区分.

⁸不过迄今尚无令人信服的解答.

⁹即将开展的观测包括 Rubin 天文台 (原称 LSST)、Euclid 和 DESI 等星系巡天, CMB-S4 的 CMB 测量, SKA 的 21 cm 辐射测量, 以及 LIGO/Virgo 的引力波测量; 这些项目合计代表了数十亿美元的国际投入.

胚不变性，而只要求它在依赖时间的空间微分同胚变换下不变。由于作用量的对称性减少，除引力子的两个通常自由度外还会多出一个标量自由度；通过 Stückelberg 技巧可以把这个标量模显式呈现出来。事实上，这一过程与第 2.1 节中对 EFTI 的讨论完全相同，唯一区别是：现在为了描述晚期宇宙物理，必须把度规与物质的耦合包括进来。

完整作用量 S 由引力部分 S_G 与物质部分 S_M 构成：

$$S = S_G + S_M . \quad (66)$$

用黎曼张量 $R_{\mu\nu\rho\sigma}$ 、协变导数 ∇_μ 等协变量，以及 g^{00} 、外曲率 $K_{\mu\nu}$ 等破缺时间微分同胚的算符，引力作用量可写成 [1, 2, 17]

$$S_G = \int d^4x \sqrt{-g} F_G (R_{\mu\nu\rho\sigma}, g^{00}, K_{\mu\nu}, \nabla_\mu; t) . \quad (67)$$

这里，指标“0”指参数化等时超曲面的时间坐标 t 。原则上，物质作用量也可依赖上述所有场以及物质场 χ_a ，并以允许出现破缺时间微分同胚算符的方式耦合。因此，其一般形式为（例如见文献 [80]）

$$S_M = \int d^4x \sqrt{-g} F_M (R_{\mu\nu\rho\sigma}, g^{00}, K_{\mu\nu}, \nabla_\mu, \chi_a; t) , \quad (68)$$

规则仍然是：任何协变对象都允许带上标 0。作用量写成这种形式后，便可像式 (12) 那样利用 Stückelberg 技巧引入标量模 π 。

本文假设存在一个称为 Jordan 标架的标架，其中每种物质都与同一度规最小耦合。于是，Jordan 标架中么正规化下的作用量为

$$S = S_G[g_{\mu\nu}] + S_M[g_{\mu\nu}, \chi_a] , \quad (69)$$

其中 S_G 如式 (67) 所示，而 S_M 具有完整微分同胚不变性。物质作用量可以写成

$$S_M = -\frac{1}{2} \int d^4x \sqrt{-g} T_{\mu\nu}^{(m)} \delta g^{\mu\nu} \quad (70)$$

对于无压 CDM，有

$$T_{\mu\nu}^{(m)} = \rho_m u_\mu u_\nu \quad (71)$$

其中 ρ_m 是流体静止标架中的能量密度， u_μ 是流体四速度。在非相对论极限下，

$$T^{(m)0}_0 = -\rho_m \equiv -\bar{\rho}_m(1 + \delta) , \quad T^{(m)0}_i = \rho_m a v^i , \quad T^{(m)i}_j = \rho_m v^i v^j , \quad (72)$$

这里引入了背景能量密度 $\bar{\rho}_m(t)$ 、过密度 δ 和流体三速度 v^i 。

类似于式 (3)，引力作用量可写为

$$S_G = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{M_*^2}{2} f(t) R - \Lambda(t) - c(t) g^{00} \right] + S_{DE}^{(2)} , \quad (73)$$

其中，显式写出的算符是仅有的包含线性微扰的算符，而 $S_{DE}^{(2)}$ 包含从场的二次项开始的各项。此外， M_* 为常数，并通过下文的式 (79) 与有效 Planck 质量相联系。这里出现函数 $f(t)$ ，这与暴胀情形不同：在没有物质时，总可以通过重新定义度规消去 $f(t)$ 。由式 (70) 和式 (73) 可求得背景方程（即要求蝌蚪项相消） [17]¹⁰

$$\begin{aligned} c &= M_*^2 f \left(-\dot{H} - \frac{1}{2} \frac{\ddot{f}}{f} + \frac{H}{2} \frac{\dot{f}}{f} \right) - \frac{1}{2} \bar{\rho}_m , \\ \Lambda &= M_*^2 f \left(\dot{H} + 3H^2 + \frac{1}{2} \frac{\ddot{f}}{f} + \frac{5H}{2} \frac{\dot{f}}{f} \right) - \frac{1}{2} \bar{\rho}_m , \end{aligned} \quad (74)$$

¹⁰为简单起见，全文假设背景 FLRW 度规的空间曲率为零。

当 $M_* = M_P$ 、 $f = 1$ 且 $\bar{\rho}_m = 0$ 时, 这些方程退化为暴胀关系式 (4). 背景方程确定后, 不同暗能量理论之间的差异便包含在 $S_{DE}^{(2)}$ 中.

此时, 为构造最一般的暗能量模型, 可以像式 (3) 一样, 写出 $S_{DE}^{(2)}$ 中所有在依赖时间的空间微分同胚变换下不变的项, 并按导数展开组织. 不过, 文献中的许多暗能量模型只关注一组特定算符, 其动机如下. 首先, 与观测到的背景膨胀相联系的尺度为

$$\Lambda_2 \equiv (H_0 M_P)^{1/2} \sim \frac{1}{10^{-7} \text{ km}}. \quad (75)$$

其次, 由于 GR 已在太阳系尺度上受到严格检验, 通常需要建立某种屏蔽机制 (例如 Vainshtein 屏蔽 [210, 211]), 使较小尺度上恢复 GR, 而只在更大的宇宙学尺度上修改引力. Vainshtein 机制依赖作用量中较大的非线性项, 由此引出第二个尺度 Λ_3 :

$$\Lambda_3 \equiv (H_0^2 M_P)^{1/3} \sim \frac{1}{10^3 \text{ km}}, \quad (76)$$

(它大致对应 Planck 质量的 Vainshtein 半径), 例如可使太阳具有星系大小的屏蔽范围. 因此, 我们将考虑 EFT 中受这个小得多的尺度 Λ_3 压低的相互作用.

在增强这些非线性相互作用时, 运动方程中通常会出现高阶导数项, 从而可能产生不稳定的 Ostrogradski 鬼 (例如见文献 [212]). 为避开这一问题, 常见做法是考虑运动方程中显式至多含二阶导数的模型, 即 Horndeski 理论 [213, 214]; 或者考虑虽含高阶导数、但动能结构退化, 从而只传播一个额外且非鬼的标量模的理论, 包括超越 Horndeski 理论、Gleyzes–Langlois–Piazza–Vernizzi (GLPV) 理论和退化高阶标量–张量 (DHOST) 理论 [215–220]. 这些理论中特定的非线性项选择受到弱破缺 Galileon 不变性的保护, 不会产生很大的量子修正 [221, 222]. 最后, 本文的全部讨论都在牛顿极限 $\partial/H \gg 1$ 下进行, 因此只考虑这一极限中的领头算符.

综合这些考虑, 张量模与标量模的一类相当一般的 EFT 作用量为 (关于 GLPV 理论, 见文献 [18] 及其中参考文献)

$$S_{DE}^{(2)} = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{m_2^4(t)}{2} (\delta g^{00})^2 - \frac{m_3^3(t)}{2} \delta K \delta g^{00} - m_4^2(t) \delta \mathcal{K}_2 + \frac{\tilde{m}_4^2(t)}{2} \delta g^{00} {}^{(3)}R \right. \\ \left. - \frac{m_5^2(t)}{2} \delta g^{00} \delta \mathcal{K}_2 - \frac{m_6(t)}{3} \delta \mathcal{K}_3 - \tilde{m}_6(t) \delta g^{00} \delta \mathcal{G}_2 - \frac{m_7(t)}{3} \delta g^{00} \delta \mathcal{K}_3 \right], \quad (77)$$

其中

$$\delta \mathcal{K}_2 \equiv \delta K^2 - \delta K^\nu{}_\mu \delta K^\mu{}_\nu, \quad \delta \mathcal{G}_2 \equiv \delta K^\nu{}_\mu {}^{(3)}R^\mu{}_\nu - \delta K {}^{(3)}R/2, \\ \delta \mathcal{K}_3 \equiv \delta K^3 - 3\delta K \delta K^\nu{}_\mu \delta K^\mu{}_\nu + 2\delta K^\nu{}_\mu \delta K^\mu{}_\rho \delta K^\rho{}_\nu, \quad (78)$$

其中 ${}^{(3)}R^\mu{}_\nu$ 是等时超曲面的三维 Ricci 张量, 依赖时间的有效 Planck 质量定义为

$$M^2(t) \equiv M_*^2 f(t) + 2m_4^2(t). \quad (79)$$

例如, Horndeski 理论满足 $\tilde{m}_4^2 = m_4^2$ 和 $\tilde{m}_6 = m_6$. 有时把上述 EFT 参数改写成预期为 $\mathcal{O}(1)$ 的无量纲参数会更方便:

$$\alpha_B \equiv \frac{M_*^2 \dot{f} - m_3^3}{2M^2 H}, \quad \alpha_M \equiv \frac{M_*^2 \dot{f} + 2(m_4^2)'}{M^2 H}, \quad \alpha_T \equiv -\frac{2m_4^2}{M^2}, \\ \alpha_{V1} \equiv \frac{2m_5^2 + 2Hm_6}{M^2}, \quad \alpha_{V2} \equiv \frac{2Hm_6}{M^2}, \\ \alpha_{V3} \equiv \frac{4Hm_7 + 2Hm_6}{M^2}, \quad \alpha_H \equiv \frac{2(\tilde{m}_4^2 - m_4^2)}{M^2}. \quad (80)$$

例如, α_T 会把张量模速度改变为 [223]

$$c_T^2 = 1 + \alpha_T. \quad (81)$$

这些无量纲参数也便于估计压低各种相互作用的尺度. 例如, 用正则归一化的标量场 π_c 可得

$$m_3^3 \delta K \delta g^{00} \sim \frac{1}{\Lambda_3^3} (\partial \pi_c)^2 \partial^2 \pi_c, \quad (82)$$

因此该相互作用如所需那样受到 Λ_3 压低. 由于 Λ_3 是压低相互作用的尺度, 它常被称为 EFT 的么正性截断.

值得说明的是, 关于协变表述下的标量-张量理论已有大量工作; 这类方法从协变作用量出发, 再围绕背景展开 [213, 214, 218–220, 224, 225].¹¹ 不过, 本着本文的主旨, 我们希望指出 EFT 表述的几个优点. 在理论上, EFT 方法并不预设何种基本物理产生低能动力学; 作用量式 (77) 确实可能来自一个基本标量场, 但也可能是某个有质量矢量场纵向模的低能作用量. 在实践上, 一旦按式 (74) 固定背景, EFT 便直接构成关于微扰的展开, 因而更容易识别彼此独立的自由参数.

4.2 线性宇宙学

在物质开始聚集成结构之前, 宇宙可很好地近似为一个均匀膨胀背景, 其上各相关场的线性微扰彼此耦合. 在早期宇宙中, 这些场包括光子、中微子、重子和暗物质等. 随着宇宙冷却, 非相对论物质开始主导动力学, 暗物质逐渐落入越来越大的势阱. 当暗物质过密度达到 $\mathcal{O}(1)$ 时, 演化便进入非线性区间.

从 CMB 时期直至物质主导初期, 线性近似都成立. 这意味着 CMB 可观测量和大尺度结构的初始条件都可用线性理论计算. 本节讨论暗能量有效场论对 CMB 与线性大尺度结构可观测测量造成的一些修正, 例如见文献 [227–245].

在牛顿规范下, 度规的标量部分可写为

$$ds^2 = -(1 + 2\Phi)dt^2 + a(t)^2(1 - 2\Psi)d\mathbf{x}^2, \quad (83)$$

其中 Φ 和 Ψ 为引力势. 早期描述相对于 Λ CDM 偏离的一些尝试引入了唯象函数 $\mu(t, k)$ 和 $\gamma(t, k)$, 用来参数化泊松方程的改变:

$$-a^{-2}k^2\Psi(t, \mathbf{k}) = \frac{3}{2}H^2\Omega_m(t)\mu(t, k)\delta(t, \mathbf{k}), \quad (84)$$

以及各向异性应力:

$$\gamma(t, k) = \frac{\Psi(t, \mathbf{k})}{\Phi(t, \mathbf{k})}, \quad (85)$$

在 Λ CDM 中有 $\mu = \gamma = 1$. 不过, 暗能量有效场论提供了一种系统方法: 从一个自治理论出发, 在受控的导数展开中计算这类关系, 尤其可以看出某些参数是否同时进入多个可观测量. 例如, 在准静态极限下分别对 Φ 、 Ψ 和 π 变分式 (73), 可得到与大尺度成团有关的方程, 其解具有式 (95) 所示的形式. 这些方程与流体演化方程一道, 直接决定物质过密度 δ 的非相对论演化. 还可以得到一组类似的相对论方程, 它们与 CMB 各向异性有关 [241].

作为暗能量效应的例子, 图 9 和图 10 分别给出了文献 [241] 关于物质功率谱与 CMB 修正的结果: 取 $\alpha_B = \alpha_M = \alpha_T = 0$, 并改变 α_H 的当今数值 $\alpha_{H,0}$. α_H 的效应有时称为“动能物质混合”(KMM), 因为它使物质与暗能量场 π 之间产生动能耦合. 这里可以看到, 较大的 α_H 倾向于压低小尺度物质功率谱和 CMB 透镜功率谱, 并增强小多极矩处的 CMB 各向异性. 现已有若干公开程序可求解包含暗能量的线性玻尔兹曼方程 [228, 235, 244].

¹¹ 关于式 (77) 中的 EFT 参数与协变表述之间的关系, 例如见文献 [226].

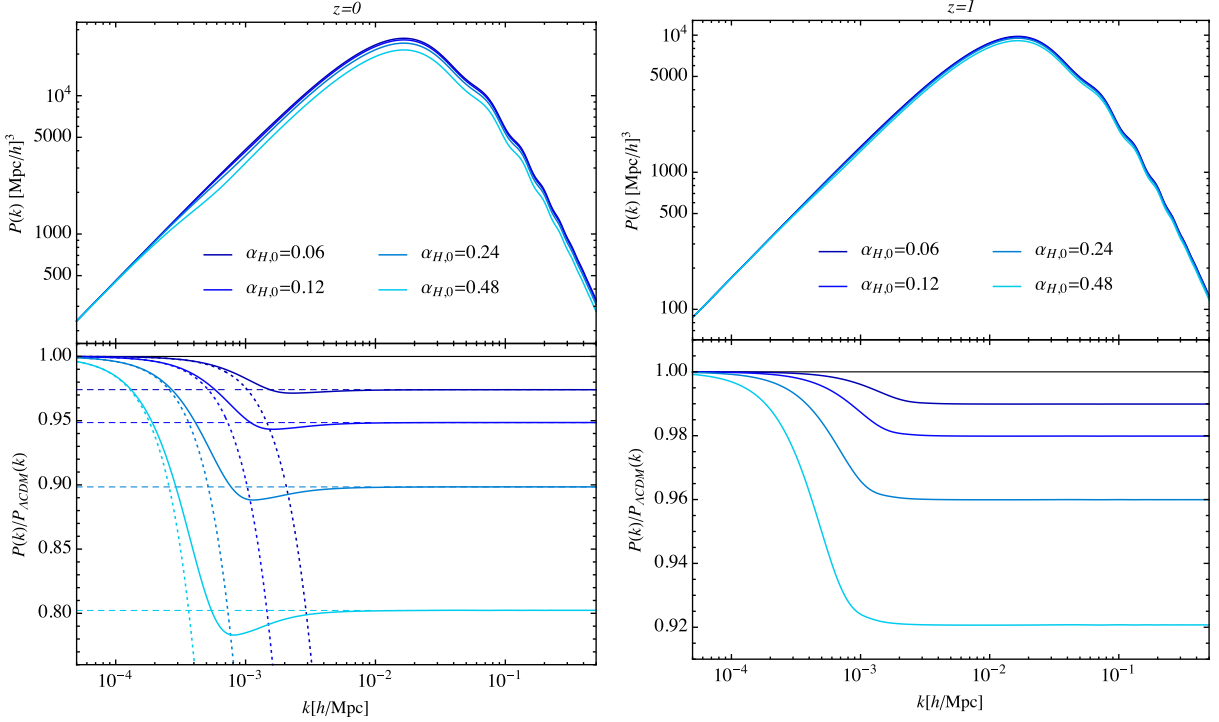


图 9: 引自文献 [241]. 原图注, 为补充语境略作编辑: 在红移 $z=0$ (左图) 和 $z=1$ (右图) 处, KMM 对应于四个不同当今 α_H 值, 即 $\alpha_{H,0} = 0.06, 0.12, 0.24, 0.48$ 时对物质功率谱的影响. 下方各图给出这些功率谱与对应 $\alpha_H = 0$ 功率谱的比值. 作为比较, 左下图中的虚线和点线分别表示准静态近似 (虚线) 与关于 α_H 的微扰解 (点线).

4.3 引力波传播

自文献 [246] 以来, 双星旋近产生的引力波信号测量迅速增长, 一个重要问题便是暗能量作用量式 (77) 如何影响引力波传播. 正如式 (81) 所示, 与 m_4^2 成正比的算符 $\delta\mathcal{K}_2$ 会改变引力子的速度. 然而, 对 GW170817 及其电磁对应体 GRB170817A 的观测 [247] 把引力波速度与光速之间的差异限制在约 10^{-15} 以内, 即

$$|c_{\text{light}} - c_{\text{GW}}| \lesssim 10^{-15} c_{\text{light}}. \quad (86)$$

后续工作利用这一事实对暗能量模型施加了强约束 [18–20, 248]. 用本文的语言, 式 (86) 要求暗能量有效场论满足 $\alpha_T \lesssim 10^{-15}$; 在实际意义上, 这等价于

$$m_4^2 = 0. \quad (87)$$

文献 [18] 还指出, 为使式 (86) 在宇宙学背景发生小幅变化时仍成立 (例如宇宙中的物质比例 Ω_m 略有不同), 暗能量 EFT 作用量式 (77) 还必须满足

$$\tilde{m}_4^2 = m_5^2, \quad \text{且} \quad m_6 = \tilde{m}_6 = m_7 = 0. \quad (88)$$

由此可见, 这类宇宙学观测会对暗能量有效场论中允许出现的算符产生极强影响.

除引力子速度外, 还可以用引力波观测约束其他一些非线性暗能量相互作用. 假设满足上述约束式 (87) 和式 (88), 暗能量作用量式 (77) 包含项 $\frac{1}{2}\tilde{m}_4^2(t)\delta g^{00}({}^{(3)}R + \delta K_\mu^\nu \delta K_\nu^\mu - \delta K^2)$, 它导致相互作用顶角

$$L_{\gamma\pi\pi} = \frac{1}{\Lambda_*^3} \tilde{\gamma}_{ij}^c \partial_i \pi_c \partial_j \pi^c, \quad (89)$$

位于正则归一化引力子 γ_{ij}^c 与标量场 π_c 之间 [226], 而压低该相互作用的尺度为

$$\Lambda_*^3 \equiv M_P \frac{3m_3^6 + 4M_P^2(c + 2m_4^2)}{2\sqrt{2}\tilde{m}_4^2(M_P^2 + 2\tilde{m}_4^2)} \sim \frac{\Lambda_3^3}{\alpha_H(1 + \alpha_H)}. \quad (90)$$

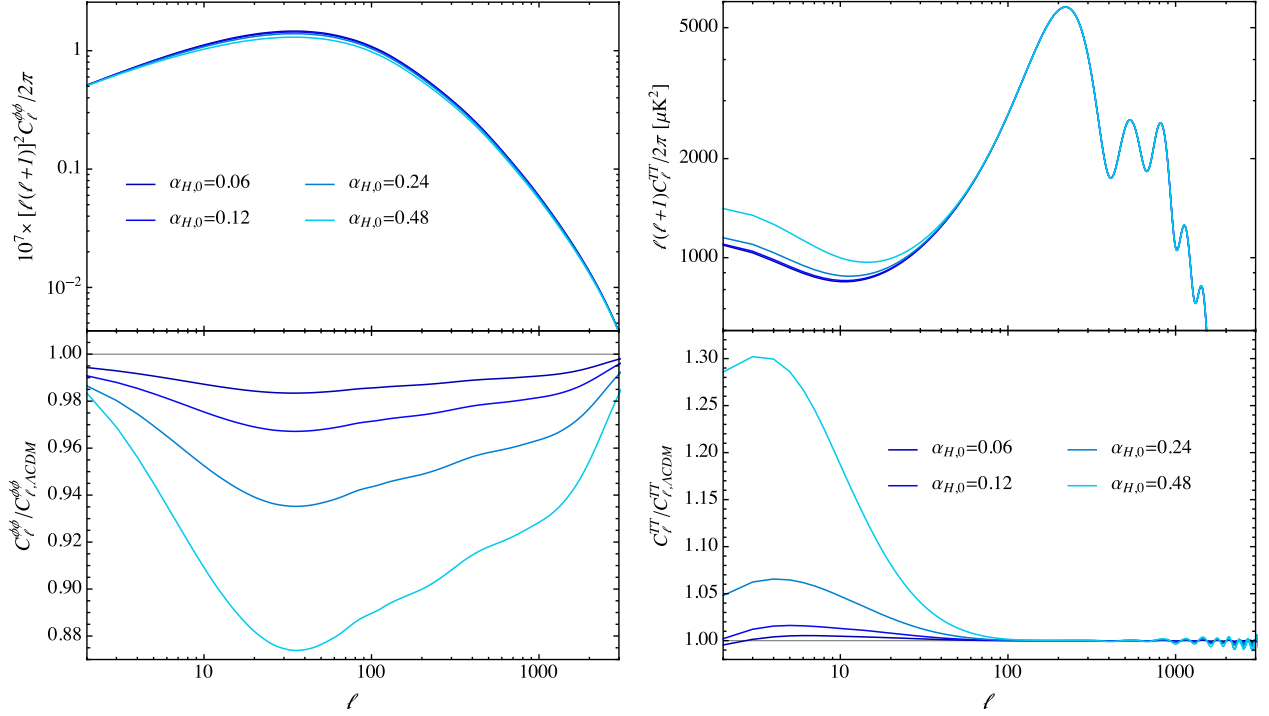


图 10: 引自文献 [241]. 原图注: KMM (α_H) 对 CMB 透镜势 (左图) 与 CMB 各向异性 (右图) 角功率谱的影响. 下方各图给出这些角功率谱与对应 $\alpha_H = 0$ 功率谱的比值.

当 $0 < c_s < 1$ 时, 这一三次顶角允许引力子通过图 11 中的图衰变为两个标量模, 其中 c_s 是标量模声速.¹² 记引力子衰变率为 $\Gamma_{\gamma \rightarrow \pi\pi}$, 并要求引力子在宇宙学距离 $\sim H^{-1}$ 上不发生衰变 (因为我们确实观测到了引力波), 则有 $\Gamma_{\gamma \rightarrow \pi\pi} H_0^{-1} \lesssim 1$, 从而得到强约束 [226]

$$\frac{\Lambda_3^3}{\Lambda_*^3} \lesssim 10^{-10}, \quad (91)$$

等价地,

$$|\alpha_H| \lesssim 10^{-10}, \quad (92)$$

在 GLPV 理论中成立.¹³

相互作用顶角式 (89) 还会通过图 11 中的费曼图改变色散关系 $\omega(k)$, 即能量对波数的依赖; 这种改变同样受到引力波测量约束 [246, 249]. 该相互作用给引力子色散关系带来的修正为 [226]

$$\omega^2 = k^2 - \frac{k^8(1-c_s^2)^2}{480\pi^2\Lambda_*^6 c_s^7} \log \left(-(1-c_s^2) \frac{k^2}{\mu_0^2} - i\epsilon \right), \quad (93)$$

其中 μ_0 是任意重整化尺度, ϵ 是一个小的正参数. 衰变率 $\Gamma_{\gamma \rightarrow \pi\pi}$ 与上述修正色散关系确实由光学定理联系:

$$\text{Im } \omega^2 = \Gamma_{\gamma \rightarrow \pi\pi} \omega, \quad (94)$$

其中 ϵ 的符号对于得到 $\log$ 的正确支切至关重要. 当前观测把上述相对于 $\omega^2 = k^2$ 的偏离限制在与式 (91) 相近的水平 [226].

上述讨论集中于引力子的微扰量子力学衰变, 但我们测量的引力波实际上是占据数很大的经典波, 这一事实会通过玻色增强进一步加剧不稳定性 [250]. 如文献 [250] 所述, 在计算可解析控制的

¹² 当 $c_s^2 \neq 1$ 时允许这种衰变, 是因为背景演化自发破缺了洛伦兹不变性.

¹³ 对于含额外参数 β_1 的 DHOST 理论, 约束变为 $|\alpha_H + 2\beta_1| \lesssim 10^{-10}$.

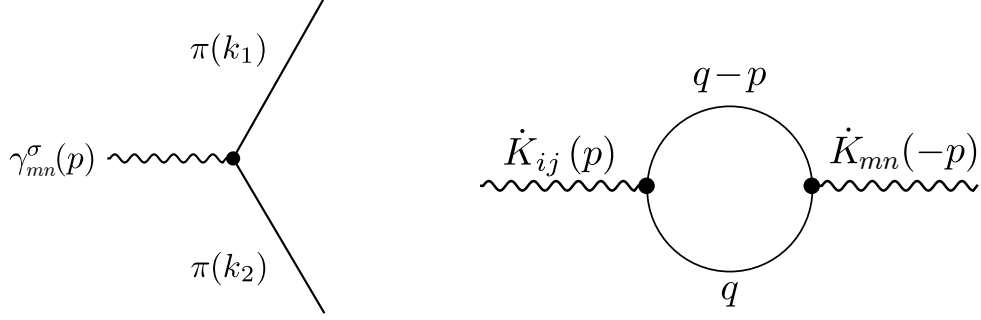


图 11: 引自文献 [226]. 左: 波浪线表示引力子, 实线表示暗能量场 π . 当 $0 < c_s < 1$ 时, 引力子可衰变为两个标量模. 右: 波浪线表示引力子 (通过外曲率 K_{ij}), 实线表示暗能量场 π . 暗能量场按式 (93) 改变引力子的色散关系.

窄共振区间, LIGO/Virgo 类测量可探测 $3 \times 10^{-20} \lesssim \alpha_H \lesssim 10^{-18}$, 而 LISA 类实验可探测 $10^{-16} \lesssim \alpha_H \lesssim 10^{-10}$. 对经典效应的进一步研究 [251] 表明, 除非 $|\alpha_B| \lesssim 10^{-2}$ 且 $|\alpha_H| \lesssim 10^{-20}$, 否则引力波会在整个宇宙中诱发标量场不稳定性, 从而对暗能量有效场论给出更强约束.

结束本节之前, 还应指出上述讨论的几点潜在保留. 首先, 观测引力波的动量接近暗能量有效场论的么正性尺度 Λ_3 (其实际紫外截断还可能更低), 因此 EFT 在这些尺度上未必有效, 上述约束也就不适用 [252]. 此外, 正定性论证表明, 具有近似 Galileon 对称性的理论 (对应暗能量 EFT 中的 α_B 项) 必须在约 $10^{-4}\Lambda_3$ 的截断处失效 [253], 此时上述约束同样不适用. 前述讨论中一个可能的例外, 是文献 [251] 得到的约束; 它对应约 $10^{-7}\Lambda_3$ 的引力波频率.

4.4 大尺度结构

为研究远低于么正性截断 Λ_3 的更低能效应, 可以转向大尺度结构. 与其非线性尺度相联系的逆长度尺度为 $k_{\text{LSS}} \sim (1 \text{ Mpc})^{-1} \sim 10^{-17}\Lambda_3$, 甚至远低于当前引力波测量的尺度. 因此, 若暗能量有效场论出于某种原因在引力波尺度附近失效, 大尺度结构对暗能量的约束就会更为切题.

本文关注弱非线性区间内暗能量对大尺度结构的影响, 并一如既往地假设牛顿极限 ($\partial^2/H^2 \ll 1$). 为考察暗能量如何影响大尺度结构, 我们从通过式 (66) 与暗能量耦合的 CDM 流体式 (70) 出发. 暗能量由作用量式 (77) 描述, 本节取 Horndeski 极限. 在这种情况下, 流体方程 (包括应力张量 τ^{ij}) 的形式与式 (41) 相同.

暗能量对式 (41) 的影响通过修正泊松方程进入; 与一圈功率谱有关的各项为 (以尺度因子 a 为时间变量)

$$\begin{aligned}
 -\frac{k^2}{\mathcal{H}^2}\Phi(a, \mathbf{k}) = & \mu_\Phi \frac{3\Omega_{\text{m},0}}{2} \delta(a, \mathbf{k}) + \mu_{\Phi,2} \left(\frac{3\Omega_{\text{m},0}}{2} \right)^2 \int_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2}^{\mathbf{k}} \gamma_2(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) \delta(a, \mathbf{k}_1) \delta(a, \mathbf{k}_2) \\
 & + \mu_{\Phi,3} \left(\frac{3\Omega_{\text{m},0}}{2} \right)^3 \int_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3}^{\mathbf{k}} \gamma_3(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3) \delta(a, \mathbf{k}_1) \delta(a, \mathbf{k}_2) \delta(a, \mathbf{k}_3) \\
 & + \mu_{\Phi,22} \left(\frac{3\Omega_{\text{m},0}}{2} \right)^3 \int_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2}^{\mathbf{k}} \int_{\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2}^{\mathbf{k}_2} \gamma_2(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) \gamma_2(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) \delta(a, \mathbf{k}_1) \delta(a, \mathbf{q}_1) \delta(a, \mathbf{q}_2),
 \end{aligned} \tag{95}$$

其中 μ_Φ 均为时间函数, 文献 [162] 用式 (80) 中的暗能量 EFT 参数显式给出了它们; 这里采用记号

$$\int_{\mathbf{k}_1, \dots, \mathbf{k}_n}^{\mathbf{k}} \equiv \int \frac{d^3 k_1}{(2\pi)^3} \cdots \int \frac{d^3 k_n}{(2\pi)^3} \delta_D(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1 - \cdots - \mathbf{k}_n). \tag{96}$$

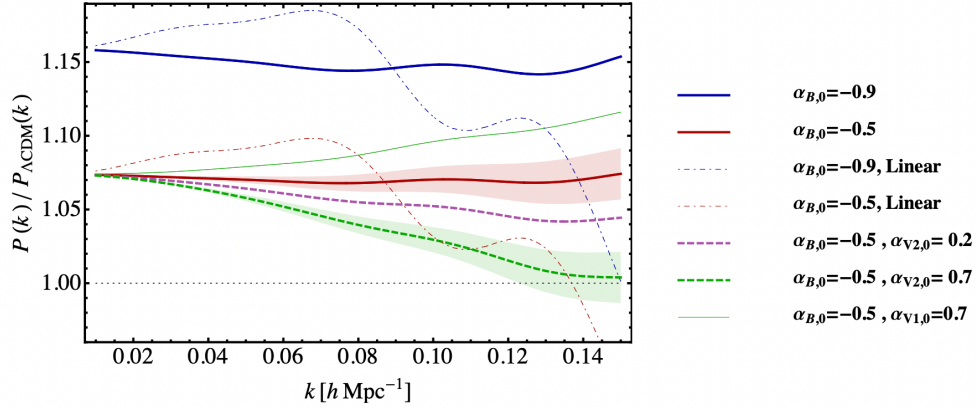


图 12: 引自文献 [163]. 原图注, 为简洁略作编辑: 若干修改引力耦合对一圈物质功率谱的影响. 对于三个修改引力参数 α_B 、 α_{v1} 和 α_{v2} 的不同当今取值, 图中给出含暗能量并计算至一圈的功率谱与 Λ CDM 功率谱之比, 同时包括大尺度结构反项. 具体而言, α_B 从作用量的二次及更高阶进入, 而 α_{v1} 和 α_{v2} 从三次及更高阶进入, 故后两者不修改线性谱. 图例中未提及的修改引力参数均置零. 标为“Linear”的曲线 (细点划线) 是相应 $\alpha_{B,0}$ 取值下的线性预言. 绿色与红色虚线周围的带状区域由在合理范围内改变大尺度结构反项的振幅得到. 由于非零 α_B 也会改变含暗能量的线性功率谱, 该参数在弱非线性尺度上造成的大修正同时意味着线性谱也发生大改变. 相比之下, α_{v1} 和 α_{v2} 可直接影响弱非线性尺度而不改变线性预言.

此外, 描述暗能量效应的动量依赖相互作用顶角为¹⁴

$$\begin{aligned}\gamma_2(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) &= 1 - \frac{(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{k}_2)^2}{k_1^2 k_2^2}, \\ \gamma_3(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3) &= \frac{1}{k_1^2 k_2^2 k_3^2} \left(k_1^2 k_2^2 k_3^2 + 2(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{k}_2)(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{k}_3)(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{k}_3) \right. \\ &\quad \left. - (\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{k}_3)^2 k_2^2 - (\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{k}_3)^2 k_1^2 - (\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{k}_2)^2 k_3^2 \right).\end{aligned}\quad (98)$$

例如, δ 的二阶解 (它与一圈功率谱和树图级双谱等有关) 具有如下形式 [254–258]:

$$\delta_{(2)}(a, \mathbf{k}) = \int_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2}^{\mathbf{k}} \mathcal{F}_2(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2; a) \delta_{(1)}(a, \mathbf{k}_1) \delta_{(1)}(a, \mathbf{k}_2) \quad (99)$$

其中

$$\mathcal{F}_2(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2; a) = A_1(a) + A_3(a) + \frac{\hat{\mathbf{k}}_1 \cdot \hat{\mathbf{k}}_2}{2} \left(\frac{k_1}{k_2} + \frac{k_2}{k_1} \right) + (A_2(a) - A_3(a)) (\hat{\mathbf{k}}_1 \cdot \hat{\mathbf{k}}_2)^2 \quad (100)$$

$A_i(a)$ 是时间函数, 包含对线性运动方程 Green 函数的积分. 如文献 [163] 所述, 函数 A_3 依赖非线性修正 $\mu_{\Phi,2}$, 而线性修正 μ_{Φ} 会使 A_1 和 A_2 偏离其 Λ CDM 数值.

这里需要作几点说明. 首先要强调的是, 必须包括大尺度结构有效场论中的应力张量 τ^{ij} . 由于 Horndeski 理论中流体的质量和动量守恒, τ^{ij} 中的反项与 Λ CDM 的式 (45) 具有相同形式, 因此与一圈功率谱计算有关的项为 [163]

$$\mathcal{H}^{-2} \int d^3x e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} \partial_i (\rho_m^{-1} \partial_j \tau^{ij}(a, \mathbf{x})) = -c_{s,DE}^2(a) \frac{k^2}{k_{NL}^2} \delta_{(1)}(a, \mathbf{k}) \quad (101)$$

其中 $c_{s,DE}^2(a)$ 是一个未知的时间函数, 取决于小尺度成团的细节. 上式中的 k_{NL} 是结构形成的非线性尺度; 在存在暗能量时, 它可以不同于 Λ CDM 中的对应尺度 [163]. k_{NL} 还不同于所谓 Vainshtein

¹⁴注意, 用标准混合函数 α 和 β 可写成

$$\gamma(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) = \frac{1}{2} (\alpha(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) + \alpha(\mathbf{k}_2, \mathbf{k}_1)) - \beta(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2). \quad (97)$$

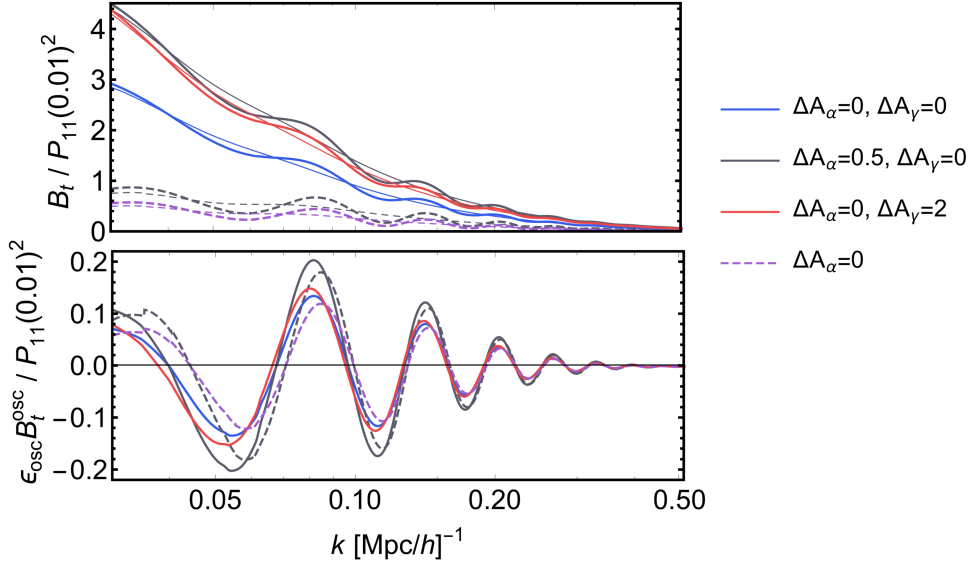


图 13: 引自文献 [166]. 原图注, 为简洁略作编辑: 在 $q = 0.01 h \text{ Mpc}^{-1}$ 、 $\hat{\mathbf{q}} \cdot \hat{\mathbf{k}} = 0.9$ 时, 对 ΔA_α 和 ΔA_γ 的不同取值, 绘制构型 $(\mathbf{q}, \mathbf{k} - \mathbf{q}/2, -\mathbf{k} - \mathbf{q}/2)$ 下的各种双谱. 实线为完整双谱式 (103), 虚线为主导振荡贡献式 (107); 细线还给出了相应的平滑双谱. 下图绘制残差 $\epsilon_{\text{osc}} B_t^{\text{osc}} = B_t - B_t^s$. 可以看到两种不同的极限行为: 紫色和灰色虚线分别对应 $A_\alpha = 0$ 和 $A_\alpha = 0.5$. 红、蓝实线的 A_γ 不同, 但因 A_α 相同而具有相同的极限行为 (紫色虚线). 在所有情况下, 当 $k/q \gg 1$ 时, 完整双谱都趋于式 (107) 给出的正确极限行为. 图中需要较大的 ΔA_γ 才能使红、蓝曲线产生可见差异, 这是因为相应贡献正比于 $A_\gamma[1 - (\hat{\mathbf{q}} \cdot \hat{\mathbf{k}})^2]$; 我们选择 $\hat{\mathbf{q}} \cdot \hat{\mathbf{k}} = 0.9$, 以使式 (107) 成为主导贡献.

尺度 k_V (下一节将进一步讨论), 后者是标量场 π 方程中的非线性项开始变得重要的尺度 [259]. 在 $k_V \gg k_{\text{NL}}$ 的极限下, Vainshtein 屏蔽发生在远小于引力非线性尺度的尺度上, 因而在 k_{NL} 附近预期只能看到引力的线性修正. 反之, 若 $k_V \ll k_{\text{NL}}$, 标量场非线性会在远大于大尺度结构研究通常使用的尺度上变得重要, 使本节所假设的微扰展开在更大尺度就失效. 因此, $k_{\text{NL}} \lesssim k_V$ 才是我们预期能在非线性成团中看到暗能量所致新特征的区间 [162].

如第 3 节所述, 大尺度结构 EFT 的优点是能够对成团数据作精确、可控且可逐步改进的拟合; 而正如本节所见, 它也是纳入标准 ΛCDM 范式之外物理的自然框架. 利用大尺度结构 EFT 与包含暗能量的模拟作比较, 始于文献 [164]. 关于在大尺度结构 EFT 中纳入成团精质暗能量模型, 见文献 [124, 161]; 关于不在大尺度结构 EFT 框架内研究含暗能量结构形成的工作, 例如见文献 [260–263].

4.5 大尺度结构一致性关系的破坏

本节最后讨论大尺度结构的一致性关系 [61–67]. 它们是在各种“软”极限 (某些动量远小于其他动量) 下, 大尺度结构可观测量满足的一般非微扰关系. 例如, Horndeski 理论中式 (100) 的 $\hat{\mathbf{k}}_1 \cdot \hat{\mathbf{k}}_2$ 系数不被修改, 正是由一致性条件保证的 [165]; 成团精质理论也有类似结果 [124]. 然而, 在暗能量的 GLPV 和 DHOST 理论中, 一致性关系会遭到破坏 [165, 166] (另见文献 [264, 265]). 其根本原因是标量场 π 引入了无法通过坐标变换消去的大尺度相对速度 $v^i + a^{-1} \partial_i \pi$. DHOST 理论中一致性关系的破坏正比于该相对速度, 并可用线性理论参数计算 [166]. 例如, DHOST 理论的一圈功率谱具有形式

$$P_{1\text{-loop}}(k) \Big|_{\text{IR}} \sim \lambda_D \lambda_{\Delta v}^2 P_{11}(k) \int_{q \lesssim k} \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} \left(\frac{\mathbf{q} \cdot \mathbf{k}}{q^2} \right)^2 P_{11}(q), \quad (102)$$

其中 λ_D 与 DHOST 参数 α_H 或 β_1 成正比, $\lambda_{\Delta v}$ 与大尺度相对速度成正比 [166]. 在 ΛCDM 中, 由于一致性关系, 式 (102) 这样的红外主导项不会出现在圈展开中; 但在 DHOST 理论中, 它们可以

出现.

DHOST 理论中一致性关系的破坏还会影响 BAO 信号 [166]. 为说明这一点, 考虑 DHOST 理论中的树图级双谱

$$B_t(\mathbf{q}, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) = 2F_2(\mathbf{q}, \mathbf{k}_1)P_{11}(q)P_{11}(k_1) + \text{另加 2 个置换}, \quad (103)$$

其中

$$F_2(\mathbf{q}, \mathbf{k}) = A_\alpha \alpha_s(\mathbf{q}, \mathbf{k}) + A_\gamma \gamma(\mathbf{q}, \mathbf{k}), \quad (104)$$

为描述相对于 Λ CDM 的偏离, 写成

$$A_\alpha = 1 + \Delta A_\alpha, \quad \text{以及} \quad A_\gamma = A_\gamma^{\Lambda\text{CDM}} + \Delta A_\gamma. \quad (105)$$

Λ CDM 中 $A_\alpha = 1$ 来自标准一致性关系, 但在 DHOST 理论中允许存在偏离 ΔA_α . 另一方面, $A_\gamma^{\Lambda\text{CDM}}$ 的数值依赖于具体宇宙学. 接着可以考虑另一个对红外物理敏感的可观测量, 即双谱振荡部分 B_t^{osc} 的压缩极限. 定义

$$B_t = B_t^s + \epsilon_{\text{osc}} B_t^{\text{osc}} + \mathcal{O}(\epsilon_{\text{osc}}^2), \quad (106)$$

其中小参数 $\epsilon_{\text{osc}} \sim 0.06$.¹⁵ 其压缩极限为

$$\lim_{q \rightarrow 0} \frac{B_t^{\text{osc}}(\mathbf{q}, \mathbf{k} - \mathbf{q}/2, -\mathbf{k} - \mathbf{q}/2)}{P_{11}^s(q)} \approx -A_\alpha \frac{\mathbf{q} \cdot \mathbf{k}}{q^2} \frac{\mathbf{q} \cdot \mathbf{k}}{k} \frac{\partial P_{11}^{\text{osc}}(k)}{\partial k} + \mathcal{O}(P_{11}^{\text{osc}}(k)), \quad (107)$$

其中 P_{11}^s 和 P_{11}^{osc} 分别是线性功率谱的平滑部分与振荡部分. 注意在这一极限下, 信号正比于 A_α 而非 A_γ . 在 $A_\alpha = 1$ 的 Λ CDM 中, 这是由等效原理固定的普适贡献 [102]. 但在 DHOST 理论中, 偏离 ΔA_α 可以改变振荡大小. 图 13 展示了不同的极限行为.

4.6 其他专题

最后, 我们简要概述暗能量有效场论发挥重要作用的其他若干专题. 一个例子是双星并合. 额外自由度可以影响铃宕阶段的准正常模 (例如见文献 [266]), 而 EFT 是参数化这些效应的一种便利方法. 若 GR 受到重自由度修正, 准正常模谱可由黎曼张量高阶导数构成的 EFT 展开描述 [267]. 另一方面, 若存在额外轻自由度 (即暗能量), 相对于 GR 可以出现更一般的偏离 [268] (另见文献 [269, 270]). 旋近阶段的波形也可能被修改 [271]. 潜在可观测效应包括准正常模谱移动、标量辐射, 以及轴向模和极向模具有不同的谱; EFT 方法为在未来数据中搜寻这些信号提供了普适而系统的途径.

暗能量有效场论还可用于研究 Vainshtein 屏蔽和天体物理效应. GR 已在局域太阳系中经受了极好检验, 因此数据几乎不给在这些尺度上修改引力留下空间. 若某个暗能量理论在大尺度上修改引力, 理论中就必须存在某种机制, 在小尺度上恢复 GR. 一种机制是 Vainshtein 屏蔽 [210, 211]: 标量场方程中的非线性耦合在太阳等大质量源附近变强, 使 GR 在所谓 Vainshtein 半径 r_V 内恢复. 不过, 某些暗能量理论会以不同方式破坏 Vainshtein 机制 [272–276], 例如使大质量天体内部或外部出现 $\Phi \neq \Psi$. 于是可利用 Hulse–Taylor 脉冲星 [277] 和 Cassini 测量 [278] 等观测约束暗能量 EFT 参数. 若暗能量改变大质量天体内部的引力势, 还可施加与恒星内部动力学有关的天体物理约束 [276, 279].

最后一个专题涉及对暗能量有效场论的理论约束. 一类尤其有趣的约束来自要求 $2 \rightarrow 2$ 散射振幅满足正定性; 这是么正性、解析性和交叉对称性的结果. 如第 4.3 节所述, 这类论证表明, 具有近似 Galileon 对称性 (通常用于 Vainshtein 屏蔽) 的宇宙学理论必须在约 $10^{-4} \Lambda_3$ 处失效, 从而严重

¹⁵ 这里, 上标“s”表示“平滑”, 上标“osc”表示“振荡”.

限制 EFT 在宇宙学感兴趣尺度上的适用性 [253]. 此外, 文献 [280] 利用破缺洛伦兹不变性理论的正定性界限 [281], 考察了具有 Vainshtein 屏蔽的更一般理论, 并表明其中大量理论与标准紫外完备不相容. 另一个例子是, 有论证指出, 重场对 GR 的 EFT 修正只能以使引力子成为谱中 fastest 粒子的方式进入 [282]. 这类理论约束可以缩小数据分析中允许的参数空间, 并改善对 EFT 参数的限制 [283]; 计入与物质的耦合后, 约束还会更强 [284].

5 结论

过去十年中, EFT 方法在宇宙学应用方面进展迅速, 显示出这一方法在描述从暴胀直至今天、宇宙历史各阶段的宇宙学微扰时具有令人振奋的潜力. 尽管目前已经取得了大量进展, 对不同 EFT 的探索仍是理论宇宙学及相关领域最活跃的研究方向之一. 本文综述了该领域的现状, 并论证了继续发展这套方法对于连接理论与观测、最终回答宇宙学中最重大的开放问题具有至关重要的意义.

标准译名索引

中文	English	简单释义
绝热模	adiabatic mode	
暗能量	dark energy (DE)	
暗能量有效场论	effective field theory of dark energy (EFT of DE)	
等效原理	equivalence principle	
有效场论	effective field theory (EFT)	
DHOST 理论	degenerate higher-order scalar-tensor theory (DHOST)	
红外	infrared (IR)	
红外重求和	infrared resummation (IR resummation)	
Stückelberg 技巧	Stückelberg trick	
Higuchi 界限	Higuchi bound	
Horndeski 理论	Horndeski theory	
标准警报器	standard siren	
宇宙学常数	cosmological constant	
宇宙学扰动	cosmological perturbation	
宇宙学自举	cosmological bootstrap	
梯度不稳定性	gradient instability	
修改引力	modified gravity	
截断	cutoff	
解析性	analyticity	
正交形状	orthogonal shape	
局域形状	local shape	
应力张量	stress tensor	
张量传播速度偏差	tensor speed excess	
相空间分布	phase-space distribution	
响应函数	response function	
准正常模	quasinormal mode	
准静态极限	quasistatic limit	
伽利略场	Galileon	
暴胀	inflation	
暴胀有效场论	effective field theory of inflation (EFTI)	
暴胀场	inflaton	
正定性界限	positivity bound	
交叉对称性	crossing symmetry	
红移空间畸变	redshift-space distortion (RSD)	

中文	English	简单释义
重整化	renormalization	
随机性	stochasticity	
么正性	unitarity	
么正规范	unitary gauge	
零能量条件	null energy condition (NEC)	
圈展开	loop expansion	
场级	field level	
功率谱	power spectrum	
时间非局域性	nonlocality in time	
非高斯性	non-Gaussianity	
原初非高斯性	primordial non-Gaussianity (PNG)	
Vlasov 方程	Vlasov equation	
叶分解	foliation	
时延函数	lapse function	
大尺度结构	large-scale structure (LSS)	
大尺度结构有效场论	effective field theory of large-scale structure (EFT of LSS)	
强耦合尺度	strong-coupling scale	
软极限	soft limit	
树图级	tree level	
弱等效原理	weak equivalence principle	
有偏示踪体	biased tracer	
偏置展开	bias expansion	
线性偏置	linear bias	
重子声学振荡	baryon acoustic oscillation (BAO)	
重子效应	baryonic effect	
玻尔兹曼方程	Boltzmann equation	
粗粒化	coarse-graining	
无碰撞暗物质	collisionless dark matter	
导数展开	derivative expansion	
自由度	degree of freedom (DoF)	
空间微分同胚	spatial diffeomorphism	
退耦极限	decoupling limit	
声速	sound speed	
挤压极限	squeezed limit	
等边形状	equilateral shape	
慢滚暴胀	slow-roll inflation	
移位矢量	shift vector	

中文	English	简单释义
屏蔽机制	screening mechanism	
标量-张量理论	scalar-tensor theory	
精质	quintessence	
引力波	gravitational wave (GW)	
引力滑移	gravitational slip	
戈德斯通玻色子	Goldstone boson	
上帝之指效应	Finger-of-God effect (FoG)	
外曲率	extrinsic curvature	
微扰论	perturbation theory	
相关函数	correlation function	
宇宙微波背景	cosmic microwave background (CMB)	
宇宙网	cosmic web	
反项	counterterm	
紫外	ultraviolet (UV)	
三谱	trispectrum	
双谱	bispectrum	
旋近	inspiral	
铃宕	ringdown	
Vainshtein 屏蔽	Vainshtein screening	
Λ CDM 模型	Λ cold dark matter model (Λ CDM)	
Alcock-Paczynski 效应	Alcock-Paczynski effect	
完整形状分析	full-shape analysis	
Jordan 标架	Jordan frame	
动能物质混合	kinetic matter mixing (KMM)	
光学定理	optical theorem	
Ostrogradski 鬼	Ostrogradski ghost	
威尔逊系数	Wilson coefficient	

参考文献

[1] P. Creminelli, M. A. Luty, A. Nicolis, and L. Senatore, “Starting the Universe: Stable Violation of the Null Energy Condition and Non-standard Cosmologies,” *JHEP* **12** (2006) 080, [arXiv:hep-th/0606090](#).

[2] C. Cheung, P. Creminelli, A. L. Fitzpatrick, J. Kaplan, and L. Senatore, “The Effective Field Theory of Inflation,” *JHEP* **03** (2008) 014, [arXiv:0709.0293 \[hep-th\]](#).

[3] D. Babich, P. Creminelli, and M. Zaldarriaga, “The Shape of non-Gaussianities,” *JCAP* **08** (2004) 009, [arXiv:astro-ph/0405356](#).

- [4] L. Senatore, K. M. Smith, and M. Zaldarriaga, “Non-Gaussianities in Single Field Inflation and their Optimal Limits from the WMAP 5-year Data,” *JCAP* **01** (2010) 028, [arXiv:0905.3746 \[astro-ph.CO\]](#).
- [5] P. Creminelli, “On non-Gaussianities in single-field inflation,” *JCAP* **10** (2003) 003, [arXiv:astro-ph/0306122](#).
- [6] D. Baumann and D. Green, “Equilateral Non-Gaussianity and New Physics on the Horizon,” *JCAP* **09** (2011) 014, [arXiv:1102.5343 \[hep-th\]](#).
- [7] J. M. Maldacena, “Non-Gaussian features of primordial fluctuations in single field inflationary models,” *JHEP* **05** (2003) 013, [arXiv:astro-ph/0210603](#).
- [8] P. Creminelli and M. Zaldarriaga, “Single field consistency relation for the 3-point function,” *JCAP* **10** (2004) 006, [arXiv:astro-ph/0407059](#).
- [9] D. Baumann, A. Nicolis, L. Senatore, and M. Zaldarriaga, “Cosmological Non-Linearities as an Effective Fluid,” *JCAP* **07** (2012) 051, [arXiv:1004.2488 \[astro-ph.CO\]](#).
- [10] J. J. M. Carrasco, M. P. Hertzberg, and L. Senatore, “The Effective Field Theory of Cosmological Large Scale Structures,” *JHEP* **09** (2012) 082, [arXiv:1206.2926 \[astro-ph.CO\]](#).
- [11] A. Perko, L. Senatore, E. Jennings, and R. H. Wechsler, “Biased Tracers in Redshift Space in the EFT of Large-Scale Structure,” [arXiv:1610.09321 \[astro-ph.CO\]](#).
- [12] M. M. Ivanov, M. Simonović, and M. Zaldarriaga, “Cosmological Parameters from the BOSS Galaxy Power Spectrum,” *JCAP* **05** (2020) 042, [arXiv:1909.05277 \[astro-ph.CO\]](#).
- [13] G. D’Amico, J. Gleyzes, N. Kokron, K. Markovic, L. Senatore, P. Zhang, F. Beutler, and H. Gil-Marín, “The Cosmological Analysis of the SDSS/BOSS data from the Effective Field Theory of Large-Scale Structure,” *JCAP* **05** (2020) 005, [arXiv:1909.05271 \[astro-ph.CO\]](#).
- [14] S.-F. Chen, Z. Vlah, and M. White, “A new analysis of galaxy 2-point functions in the BOSS survey, including full-shape information and post-reconstruction BAO,” *JCAP* **02** no. 02, (2022) 008, [arXiv:2110.05530 \[astro-ph.CO\]](#).
- [15] G. Cabass, M. M. Ivanov, O. H. E. Philcox, M. Simonović, and M. Zaldarriaga, “Constraints on Single-Field Inflation from the BOSS Galaxy Survey,” *Phys. Rev. Lett.* **129** no. 2, (2022) 021301, [arXiv:2201.07238 \[astro-ph.CO\]](#).
- [16] G. D’Amico, M. Lewandowski, L. Senatore, and P. Zhang, “Limits on primordial non-Gaussianities from BOSS galaxy-clustering data,” *Phys. Rev. D* **111** no. 6, (2025) 063514, [arXiv:2201.11518 \[astro-ph.CO\]](#).
- [17] G. Gubitosi, F. Piazza, and F. Vernizzi, “The Effective Field Theory of Dark Energy,” *JCAP* **02** (2013) 032, [arXiv:1210.0201 \[hep-th\]](#).
- [18] P. Creminelli and F. Vernizzi, “Dark Energy after GW170817 and GRB170817A,” *Phys. Rev. Lett.* **119** no. 25, (2017) 251302, [arXiv:1710.05877 \[astro-ph.CO\]](#).

- [19] J. Sakstein and B. Jain, “Implications of the Neutron Star Merger GW170817 for Cosmological Scalar-Tensor Theories,” *Phys. Rev. Lett.* **119** no. 25, (2017) 251303, [arXiv:1710.05893 \[astro-ph.CO\]](#).
- [20] J. M. Ezquiaga and M. Zumalacárregui, “Dark Energy After GW170817: Dead Ends and the Road Ahead,” *Phys. Rev. Lett.* **119** no. 25, (2017) 251304, [arXiv:1710.05901 \[astro-ph.CO\]](#).
- [21] G. L. Pimentel, B. Wallisch, W. L. K. Wu, *et al.*, “Inflation: Theory and observations,” 2022. Snowmass 2021 White Paper.
- [22] L. Bordin, G. Cabass, P. Creminelli, and F. Vernizzi, “Simplifying the EFT of Inflation: generalized disformal transformations and redundant couplings,” *JCAP* **09** (2017) 043, [arXiv:1706.03758 \[astro-ph.CO\]](#).
- [23] C. Armendariz-Picon, T. Damour, and V. F. Mukhanov, “k - inflation,” *Phys. Lett. B* **458** (1999) 209–218, [arXiv:hep-th/9904075](#).
- [24] C. Armendariz-Picon, V. F. Mukhanov, and P. J. Steinhardt, “A Dynamical solution to the problem of a small cosmological constant and late time cosmic acceleration,” *Phys. Rev. Lett.* **85** (2000) 4438–4441, [arXiv:astro-ph/0004134](#).
- [25] C. Armendariz-Picon, T. Damour, and V. F. Mukhanov, “k-inflation,” *Phys. Lett. B* **458** (1999) 209–218, [arXiv:hep-th/9904075](#).
- [26] J. Garriga and V. F. Mukhanov, “Perturbations in k-inflation,” *Phys. Lett. B* **458** (1999) 219–225, [arXiv:hep-th/9904176](#).
- [27] X. Chen, M.-x. Huang, S. Kachru, and G. Shiu, “Observational signatures and non-Gaussianities of general single field inflation,” *JCAP* **01** (2007) 002, [arXiv:hep-th/0605045](#).
- [28] M. Alishahiha, E. Silverstein, and D. Tong, “DBI in the sky,” *Phys. Rev. D* **70** (2004) 123505, [arXiv:hep-th/0404084](#).
- [29] N. Arkani-Hamed, H.-C. Cheng, M. A. Luty, and S. Mukohyama, “Ghost condensation and a consistent infrared modification of gravity,” *JHEP* **05** (2004) 074, [arXiv:hep-th/0312099](#).
- [30] A. Nicolis, R. Rattazzi, and E. Trincherini, “The Galileon as a local modification of gravity,” *Phys. Rev. D* **79** (2009) 064036, [arXiv:0811.2197 \[hep-th\]](#).
- [31] C. Burrage, C. de Rham, D. Seery, and A. J. Tolley, “Galileon inflation,” *JCAP* **01** (2011) 014, [arXiv:1009.2497 \[hep-th\]](#).
- [32] C. de Rham and A. J. Tolley, “DBI and the Galileon reunited,” *JCAP* **05** (2010) 015, [arXiv:1003.5917 \[hep-th\]](#).
- [33] R. Flauger, L. McAllister, E. Pajer, A. Westphal, and G. Xu, “Oscillations in the CMB from Axion Monodromy Inflation,” *JCAP* **06** (2010) 009, [arXiv:0907.2916 \[hep-th\]](#).

- [34] R. Flauger and E. Pajer, “Resonant Non-Gaussianity,” *JCAP* **01** (2011) 017, [arXiv:1002.0833 \[hep-th\]](#).
- [35] S. R. Behbahani, A. Dymarsky, M. Mirbabayi, and L. Senatore, “(Small) Resonant non-Gaussianities: Signatures of a Discrete Shift Symmetry in the Effective Field Theory of Inflation,” *JCAP* **12** (2012) 036, [arXiv:1111.3373 \[hep-th\]](#).
- [36] **Planck** Collaboration, Y. Akrami *et al.*, “Planck 2018 results. X. Constraints on inflation,” *Astron. Astrophys.* **641** (2020) A10, [arXiv:1807.06211 \[astro-ph.CO\]](#).
- [37] **Planck** Collaboration, Y. Akrami *et al.*, “Planck 2018 results. IX. Constraints on primordial non-Gaussianity,” *Astron. Astrophys.* **641** (2020) A9, [arXiv:1905.05697 \[astro-ph.CO\]](#).
- [38] M. H. Namjoo, H. Firouzjahi, and M. Sasaki, “Violation of non-Gaussianity consistency relation in a single field inflationary model,” *EPL* **101** no. 3, (2013) 39001, [arXiv:1210.3692 \[astro-ph.CO\]](#).
- [39] B. Finelli, G. Goon, E. Pajer, and L. Santoni, “The Effective Theory of Shift-Symmetric Cosmologies,” *JCAP* **05** (2018) 060, [arXiv:1802.01580 \[hep-th\]](#).
- [40] S. Weinberg, “Adiabatic modes in cosmology,” *Phys. Rev. D* **67** (2003) 123504, [arXiv:astro-ph/0302326](#).
- [41] V. Assassi, D. Baumann, and D. Green, “Symmetries and Loops in Inflation,” *JHEP* **02** (2013) 151, [arXiv:1210.7792 \[hep-th\]](#).
- [42] L. Senatore and M. Zaldarriaga, “The constancy of ζ in single-clock Inflation at all loops,” *JHEP* **09** (2013) 148, [arXiv:1210.6048 \[hep-th\]](#).
- [43] D. Baumann, “Inflation,” in *Theoretical Advanced Study Institute in Elementary Particle Physics: Physics of the Large and the Small*, pp. 523–686. 2011. [arXiv:0907.5424 \[hep-th\]](#).
- [44] L. Bordin and G. Cabass, “Graviton non-Gaussianities and Parity Violation in the EFT of Inflation,” *JCAP* **07** (2020) 014, [arXiv:2004.00619 \[astro-ph.CO\]](#).
- [45] C. Cheung, A. L. Fitzpatrick, J. Kaplan, and L. Senatore, “On the consistency relation of the 3-point function in single field inflation,” *JCAP* **02** (2008) 021, [arXiv:0709.0295 \[hep-th\]](#).
- [46] R. L. Arnowitt, S. Deser, and C. W. Misner, “Dynamical Structure and Definition of Energy in General Relativity,” *Phys. Rev.* **116** (1959) 1322–1330.
- [47] E.ourgoulhon, “3+1 formalism and bases of numerical relativity,” [arXiv:gr-qc/0703035](#).
- [48] S. D. H. Hsu, A. Jenkins, and M. B. Wise, “Gradient instability for $w < -1$,” *Phys. Lett. B* **597** (2004) 270–274, [arXiv:astro-ph/0406043](#).
- [49] S. Dubovsky, T. Gregoire, A. Nicolis, and R. Rattazzi, “Null energy condition and superluminal propagation,” *JHEP* **03** (2006) 025, [arXiv:hep-th/0512260](#).
- [50] T. Hartman, S. Kundu, and A. Tajdini, “Averaged Null Energy Condition from Causality,” *JHEP* **07** (2017) 066, [arXiv:1610.05308 \[hep-th\]](#).

- [51] P. Creminelli, J. Noreña, and M. Simonović, “Conformal consistency relations for single-field inflation,” *JCAP* **07** (2012) 052, [arXiv:1203.4595 \[hep-th\]](#).
- [52] S. Weinberg, “Effective Field Theory for Inflation,” *Phys. Rev. D* **77** (2008) 123541, [arXiv:0804.4291 \[hep-th\]](#).
- [53] A. Gruzinov, “Consistency relation for single scalar inflation,” *Phys. Rev. D* **71** (2005) 027301, [arXiv:astro-ph/0406129](#).
- [54] M. Alvarez *et al.*, “Testing Inflation with Large Scale Structure: Connecting Hopes with Reality,” [arXiv:1412.4671 \[astro-ph.CO\]](#).
- [55] K. Hinterbichler, L. Hui, and J. Khoury, “Conformal Symmetries of Adiabatic Modes in Cosmology,” *JCAP* **08** (2012) 017, [arXiv:1203.6351 \[hep-th\]](#).
- [56] K. Hinterbichler, L. Hui, and J. Khoury, “An Infinite Set of Ward Identities for Adiabatic Modes in Cosmology,” *JCAP* **01** (2014) 039, [arXiv:1304.5527 \[hep-th\]](#).
- [57] L. Senatore and M. Zaldarriaga, “A Note on the Consistency Condition of Primordial Fluctuations,” *JCAP* **08** (2012) 001, [arXiv:1203.6884 \[astro-ph.CO\]](#).
- [58] V. Assassi, D. Baumann, and D. Green, “On Soft Limits of Inflationary Correlation Functions,” *JCAP* **11** (2012) 047, [arXiv:1204.4207 \[hep-th\]](#).
- [59] M. Mirbabayi and M. Zaldarriaga, “Double Soft Limits of Cosmological Correlations,” *JCAP* **03** (2015) 025, [arXiv:1409.6317 \[hep-th\]](#).
- [60] A. Joyce, J. Khoury, and M. Simonović, “Multiple Soft Limits of Cosmological Correlation Functions,” *JCAP* **01** (2015) 012, [arXiv:1409.6318 \[hep-th\]](#).
- [61] M. Peloso and M. Pietroni, “Galilean invariance and the consistency relation for the nonlinear squeezed bispectrum of large scale structure,” *JCAP* **05** (2013) 031, [arXiv:1302.0223 \[astro-ph.CO\]](#).
- [62] A. Kehagias and A. Riotto, “Symmetries and Consistency Relations in the Large Scale Structure of the Universe,” *Nucl. Phys. B* **873** (2013) 514–529, [arXiv:1302.0130 \[astro-ph.CO\]](#).
- [63] P. Creminelli, J. Noreña, M. Simonović, and F. Vernizzi, “Single-Field Consistency Relations of Large Scale Structure,” *JCAP* **12** (2013) 025, [arXiv:1309.3557 \[astro-ph.CO\]](#).
- [64] P. Valageas, “Kinematic consistency relations of large-scale structures,” *Phys. Rev. D* **89** no. 8, (2014) 083534, [arXiv:1311.1236 \[astro-ph.CO\]](#).
- [65] P. Creminelli, J. Gleyzes, M. Simonović, and F. Vernizzi, “Single-Field Consistency Relations of Large Scale Structure. Part II: Resummation and Redshift Space,” *JCAP* **02** (2014) 051, [arXiv:1311.0290 \[astro-ph.CO\]](#).
- [66] P. Creminelli, J. Gleyzes, L. Hui, M. Simonović, and F. Vernizzi, “Single-Field Consistency Relations of Large Scale Structure. Part III: Test of the Equivalence Principle,” *JCAP* **06** (2014) 009, [arXiv:1312.6074 \[astro-ph.CO\]](#).

- [67] A. Kehagias, J. Noreña, H. Perrier, and A. Riotto, “Consequences of Symmetries and Consistency Relations in the Large-Scale Structure of the Universe for Non-local bias and Modified Gravity,” *Nucl. Phys. B* **883** (2014) 83–106, [arXiv:1311.0786 \[astro-ph.CO\]](#).
- [68] P. Creminelli, C. Pitrou, and F. Vernizzi, “The CMB bispectrum in the squeezed limit,” *JCAP* **11** (2011) 025, [arXiv:1109.1822 \[astro-ph.CO\]](#).
- [69] M. Mirbabayi and M. Zaldarriaga, “CMB Anisotropies from a Gradient Mode,” *JCAP* **03** (2015) 056, [arXiv:1409.4777 \[astro-ph.CO\]](#).
- [70] G. Cabass, E. Pajer, and D. van der Woude, “Spectral distortion anisotropies from single-field inflation,” *JCAP* **08** (2018) 050, [arXiv:1805.08775 \[astro-ph.CO\]](#).
- [71] N. Bartolo, S. Matarrese, and A. Riotto, “Nongaussianity from inflation,” *Phys. Rev. D* **65** (2002) 103505, [arXiv:hep-ph/0112261](#).
- [72] F. Bernardeau and J.-P. Uzan, “NonGaussianity in multifield inflation,” *Phys. Rev. D* **66** (2002) 103506, [arXiv:hep-ph/0207295](#).
- [73] D. H. Lyth, C. Ungarelli, and D. Wands, “The Primordial density perturbation in the curvaton scenario,” *Phys. Rev. D* **67** (2003) 023503, [arXiv:astro-ph/0208055](#).
- [74] G. Dvali, A. Gruzinov, and M. Zaldarriaga, “A new mechanism for generating density perturbations from inflation,” *Phys. Rev. D* **69** (2004) 023505, [arXiv:astro-ph/0303591](#).
- [75] M. Zaldarriaga, “Non-Gaussianities in models with a varying inflaton decay rate,” *Phys. Rev. D* **69** (2004) 043508, [arXiv:astro-ph/0306006](#).
- [76] X. Chen and Y. Wang, “Quasi-Single Field Inflation and Non-Gaussianities,” *JCAP* **04** (2010) 027, [arXiv:0911.3380 \[hep-th\]](#).
- [77] X. Chen, “Primordial Non-Gaussianities from Inflation Models,” *Adv. Astron.* **2010** (2010) 638979, [arXiv:1002.1416 \[astro-ph.CO\]](#).
- [78] X. Chen and Y. Wang, “Quasi-Single Field Inflation with Large Mass,” *JCAP* **09** (2012) 021, [arXiv:1205.0160 \[hep-th\]](#).
- [79] N. Arkani-Hamed and J. Maldacena, “Cosmological Collider Physics,” [arXiv:1503.08043 \[hep-th\]](#).
- [80] L. Senatore and M. Zaldarriaga, “The Effective Field Theory of Multifield Inflation,” *JHEP* **04** (2012) 024, [arXiv:1009.2093 \[hep-th\]](#).
- [81] D. Baumann and D. Green, “Signatures of Supersymmetry from the Early Universe,” *Phys. Rev. D* **85** (2012) 103520, [arXiv:1109.0292 \[hep-th\]](#).
- [82] M. Mirbabayi and M. Simonović, “Effective Theory of Squeezed Correlation Functions,” *JCAP* **03** (2016) 056, [arXiv:1507.04755 \[hep-th\]](#).
- [83] H. Lee, D. Baumann, and G. L. Pimentel, “Non-Gaussianity as a Particle Detector,” *JHEP* **12** (2016) 040, [arXiv:1607.03735 \[hep-th\]](#).

- [84] L. V. Delacretaz, V. Gorbenko, and L. Senatore, “The Supersymmetric Effective Field Theory of Inflation,” *JHEP* **03** (2017) 063, [arXiv:1610.04227 \[hep-th\]](#).
- [85] L. Bordin, P. Creminelli, A. Khmelnitsky, and L. Senatore, “Light Particles with Spin in Inflation,” *JCAP* **10** (2018) 013, [arXiv:1806.10587 \[hep-th\]](#).
- [86] A. Higuchi, “Forbidden Mass Range for Spin-2 Field Theory in De Sitter Space-time,” *Nucl. Phys. B* **282** (1987) 397–436.
- [87] R. A. Porto, L. Senatore, and M. Zaldarriaga, “The Lagrangian-space Effective Field Theory of Large Scale Structures,” *JCAP* **05** (2014) 022, [arXiv:1311.2168 \[astro-ph.CO\]](#).
- [88] D. Blas, M. Garny, M. M. Ivanov, and S. Sibiryakov, “Time-Sliced Perturbation Theory for Large Scale Structure I: General Formalism,” *JCAP* **07** (2016) 052, [arXiv:1512.05807 \[astro-ph.CO\]](#).
- [89] Z. Vlah, M. White, and A. Aviles, “A Lagrangian effective field theory,” *JCAP* **09** (2015) 014, [arXiv:1506.05264 \[astro-ph.CO\]](#).
- [90] L. Mercolli and E. Pajer, “On the velocity in the Effective Field Theory of Large Scale Structures,” *JCAP* **03** (2014) 006, [arXiv:1307.3220 \[astro-ph.CO\]](#).
- [91] J. J. M. Carrasco, S. Foreman, D. Green, and L. Senatore, “The Effective Field Theory of Large Scale Structures at Two Loops,” *JCAP* **07** (2014) 057, [arXiv:1310.0464 \[astro-ph.CO\]](#).
- [92] S. M. Carroll, S. Leichenauer, and J. Pollack, “Consistent effective theory of long-wavelength cosmological perturbations,” *Phys. Rev. D* **90** no. 2, (2014) 023518, [arXiv:1310.2920 \[hep-th\]](#).
- [93] T. Baldauf, L. Mercolli, M. Mirbabayi, and E. Pajer, “The Bispectrum in the Effective Field Theory of Large Scale Structure,” *JCAP* **05** (2015) 007, [arXiv:1406.4135 \[astro-ph.CO\]](#).
- [94] R. E. Angulo, S. Foreman, M. Schmittfull, and L. Senatore, “The One-Loop Matter Bispectrum in the Effective Field Theory of Large Scale Structures,” *JCAP* **10** (2015) 039, [arXiv:1406.4143 \[astro-ph.CO\]](#).
- [95] D. Bertolini, K. Schutz, M. P. Solon, and K. M. Zurek, “The Trispectrum in the Effective Field Theory of Large Scale Structure,” *JCAP* **06** (2016) 052, [arXiv:1604.01770 \[astro-ph.CO\]](#).
- [96] M. Mirbabayi, F. Schmidt, and M. Zaldarriaga, “Biased Tracers and Time Evolution,” *JCAP* **07** (2015) 030, [arXiv:1412.5169 \[astro-ph.CO\]](#).
- [97] A. A. Abolhasani, M. Mirbabayi, and E. Pajer, “Systematic Renormalization of the Effective Theory of Large Scale Structure,” *JCAP* **05** (2016) 063, [arXiv:1509.07886 \[hep-th\]](#).
- [98] T. Baldauf, L. Mercolli, and M. Zaldarriaga, “Effective field theory of large scale structure at two loops: The apparent scale dependence of the speed of sound,” *Phys. Rev. D* **92** no. 12, (2015) 123007, [arXiv:1507.02256 \[astro-ph.CO\]](#).

- [99] E. Pajer and M. Zaldarriaga, “On the Renormalization of the Effective Field Theory of Large Scale Structures,” *JCAP* **08** (2013) 037, [arXiv:1301.7182 \[astro-ph.CO\]](#).
- [100] S. Foreman, H. Perrier, and L. Senatore, “Precision Comparison of the Power Spectrum in the EFTofLSS with Simulations,” *JCAP* **05** (2016) 027, [arXiv:1507.05326 \[astro-ph.CO\]](#).
- [101] A. Chudaykin, M. M. Ivanov, and M. Simonović, “Optimizing large-scale structure data analysis with the theoretical error likelihood,” *Phys. Rev. D* **103** no. 4, (2021) 043525, [arXiv:2009.10724 \[astro-ph.CO\]](#).
- [102] T. Baldauf, M. Mirbabayi, M. Simonović, and M. Zaldarriaga, “Equivalence Principle and the Baryon Acoustic Peak,” *Phys. Rev. D* **92** no. 4, (2015) 043514, [arXiv:1504.04366 \[astro-ph.CO\]](#).
- [103] D. Blas, M. Garny, M. M. Ivanov, and S. Sibiryakov, “Time-Sliced Perturbation Theory II: Baryon Acoustic Oscillations and Infrared Resummation,” *JCAP* **07** (2016) 028, [arXiv:1605.02149 \[astro-ph.CO\]](#).
- [104] B. Jain and E. Bertschinger, “Selfsimilar evolution of cosmological density fluctuations,” *Astrophys. J.* **456** (1996) 43, [arXiv:astro-ph/9503025](#).
- [105] R. Scoccimarro and J. Frieman, “Loop corrections in nonlinear cosmological perturbation theory,” *Astrophys. J. Suppl.* **105** (1996) 37, [arXiv:astro-ph/9509047](#).
- [106] D. Blas, M. Garny, and T. Konstandin, “On the non-linear scale of cosmological perturbation theory,” *JCAP* **09** (2013) 024, [arXiv:1304.1546 \[astro-ph.CO\]](#).
- [107] J. J. M. Carrasco, S. Foreman, D. Green, and L. Senatore, “The 2-loop matter power spectrum and the IR-safe integrand,” *JCAP* **07** (2014) 056, [arXiv:1304.4946 \[astro-ph.CO\]](#).
- [108] L. Senatore and M. Zaldarriaga, “The IR-resummed Effective Field Theory of Large Scale Structures,” *JCAP* **02** (2015) 013, [arXiv:1404.5954 \[astro-ph.CO\]](#).
- [109] Z. Vlah, U. Seljak, M. Y. Chu, and Y. Feng, “Perturbation theory, effective field theory, and oscillations in the power spectrum,” *JCAP* **03** (2016) 057, [arXiv:1509.02120 \[astro-ph.CO\]](#).
- [110] L. Senatore and G. Trevisan, “On the IR-Resummation in the EFTofLSS,” *JCAP* **05** (2018) 019, [arXiv:1710.02178 \[astro-ph.CO\]](#).
- [111] M. M. Ivanov and S. Sibiryakov, “Infrared Resummation for Biased Tracers in Redshift Space,” *JCAP* **07** (2018) 053, [arXiv:1804.05080 \[astro-ph.CO\]](#).
- [112] M. Lewandowski and L. Senatore, “An analytic implementation of the IR-resummation for the BAO peak,” *JCAP* **03** (2020) 018, [arXiv:1810.11855 \[astro-ph.CO\]](#).
- [113] Z. Vlah, E. Castorina, and M. White, “The Gaussian streaming model and convolution Lagrangian effective field theory,” *JCAP* **12** (2016) 007, [arXiv:1609.02908 \[astro-ph.CO\]](#).

- [114] Z. Vlah and M. White, “Exploring redshift-space distortions in large-scale structure,” *JCAP* **03** (2019) 007, [arXiv:1812.02775 \[astro-ph.CO\]](#).
- [115] S.-F. Chen, Z. Vlah, E. Castorina, and M. White, “Redshift-Space Distortions in Lagrangian Perturbation Theory,” *JCAP* **03** (2021) 100, [arXiv:2012.04636 \[astro-ph.CO\]](#).
- [116] S.-F. Chen, Z. Vlah, and M. White, “Consistent Modeling of Velocity Statistics and Redshift-Space Distortions in One-Loop Perturbation Theory,” *JCAP* **07** (2020) 062, [arXiv:2005.00523 \[astro-ph.CO\]](#).
- [117] A. Vasudevan, M. M. Ivanov, S. Sibiryakov, and J. Lesgourgues, “Time-sliced perturbation theory with primordial non-Gaussianity and effects of large bulk flows on inflationary oscillating features,” *JCAP* **09** (2019) 037, [arXiv:1906.08697 \[astro-ph.CO\]](#).
- [118] L. Senatore, “Bias in the Effective Field Theory of Large Scale Structures,” *JCAP* **11** (2015) 007, [arXiv:1406.7843 \[astro-ph.CO\]](#).
- [119] V. Assassi, D. Baumann, D. Green, and M. Zaldarriaga, “Renormalized Halo Bias,” *JCAP* **08** (2014) 056, [arXiv:1402.5916 \[astro-ph.CO\]](#).
- [120] R. Angulo, M. Fasiello, L. Senatore, and Z. Vlah, “On the Statistics of Biased Tracers in the Effective Field Theory of Large Scale Structures,” *JCAP* **09** (2015) 029, [arXiv:1503.08826 \[astro-ph.CO\]](#).
- [121] V. Desjacques, D. Jeong, and F. Schmidt, “Large-Scale Galaxy Bias,” *Phys. Rept.* **733** (2018) 1–193, [arXiv:1611.09787 \[astro-ph.CO\]](#).
- [122] E. O. Nadler, A. Perko, and L. Senatore, “On the Bispectra of Very Massive Tracers in the Effective Field Theory of Large-Scale Structure,” *JCAP* **02** (2018) 058, [arXiv:1710.10308 \[astro-ph.CO\]](#).
- [123] M. Fasiello and Z. Vlah, “Nonlinear fields in generalized cosmologies,” *Phys. Rev. D* **94** no. 6, (2016) 063516, [arXiv:1604.04612 \[astro-ph.CO\]](#).
- [124] M. Lewandowski and L. Senatore, “IR-safe and UV-safe integrands in the EFTofLSS with exact time dependence,” *JCAP* **08** (2017) 037, [arXiv:1701.07012 \[astro-ph.CO\]](#).
- [125] Y. Donath and L. Senatore, “Biased Tracers in Redshift Space in the EFTofLSS with exact time dependence,” *JCAP* **10** (2020) 039, [arXiv:2005.04805 \[astro-ph.CO\]](#).
- [126] T. Lazeyras, C. Wagner, T. Baldauf, and F. Schmidt, “Precision measurement of the local bias of dark matter halos,” *JCAP* **02** (2016) 018, [arXiv:1511.01096 \[astro-ph.CO\]](#).
- [127] T. Lazeyras and F. Schmidt, “Beyond LIMD bias: a measurement of the complete set of third-order halo bias parameters,” *JCAP* **09** (2018) 008, [arXiv:1712.07531 \[astro-ph.CO\]](#).
- [128] M. M. Abidi and T. Baldauf, “Cubic Halo Bias in Eulerian and Lagrangian Space,” *JCAP* **07** (2018) 029, [arXiv:1802.07622 \[astro-ph.CO\]](#).

- [129] T. Lazeyras and F. Schmidt, “A robust measurement of the first higher-derivative bias of dark matter halos,” *JCAP* **11** (2019) 041, [arXiv:1904.11294 \[astro-ph.CO\]](#).
- [130] T. Nishimichi, G. D’Amico, M. M. Ivanov, L. Senatore, M. Simonović, M. Takada, M. Zaldarriaga, and P. Zhang, “Blinded challenge for precision cosmology with large-scale structure: results from effective field theory for the redshift-space galaxy power spectrum,” *Phys. Rev. D* **102** no. 12, (2020) 123541, [arXiv:2003.08277 \[astro-ph.CO\]](#).
- [131] G. Cabass and F. Schmidt, “A new scale in the bias expansion,” *JCAP* **05** (2019) 031, [arXiv:1812.02731 \[astro-ph.CO\]](#).
- [132] L. Senatore and M. Zaldarriaga, “Redshift Space Distortions in the Effective Field Theory of Large Scale Structures,” [arXiv:1409.1225 \[astro-ph.CO\]](#).
- [133] M. Lewandowski, L. Senatore, F. Prada, C. Zhao, and C.-H. Chuang, “EFT of large scale structures in redshift space,” *Phys. Rev. D* **97** no. 6, (2018) 063526, [arXiv:1512.06831 \[astro-ph.CO\]](#).
- [134] M. Lewandowski, A. Perko, and L. Senatore, “Analytic Prediction of Baryonic Effects from the EFT of Large Scale Structures,” *JCAP* **05** (2015) 019, [arXiv:1412.5049 \[astro-ph.CO\]](#).
- [135] D. P. L. Bragança, M. Lewandowski, D. Sekera, L. Senatore, and R. Sgier, “Baryonic effects in the Effective Field Theory of Large-Scale Structure and an analytic recipe for lensing in CMB-S4,” *JCAP* **10** (2021) 074, [arXiv:2010.02929 \[astro-ph.CO\]](#).
- [136] **CMB-S4** Collaboration, K. N. Abazajian *et al.*, *CMB-S4 Science Book, First Edition*. 10, 2016. [arXiv:1610.02743 \[astro-ph.CO\]](#).
- [137] T. Baldauf, E. Schaan, and M. Zaldarriaga, “On the reach of perturbative descriptions for dark matter displacement fields,” *JCAP* **03** (2016) 017, [arXiv:1505.07098 \[astro-ph.CO\]](#).
- [138] T. Baldauf, E. Schaan, and M. Zaldarriaga, “On the reach of perturbative methods for dark matter density fields,” *JCAP* **03** (2016) 007, [arXiv:1507.02255 \[astro-ph.CO\]](#).
- [139] M. Schmittfull, M. Simonović, V. Assassi, and M. Zaldarriaga, “Modeling Biased Tracers at the Field Level,” *Phys. Rev. D* **100** no. 4, (2019) 043514, [arXiv:1811.10640 \[astro-ph.CO\]](#).
- [140] M. Schmittfull, M. Simonović, M. M. Ivanov, O. H. E. Philcox, and M. Zaldarriaga, “Modeling Galaxies in Redshift Space at the Field Level,” *JCAP* **05** (2021) 059, [arXiv:2012.03334 \[astro-ph.CO\]](#).
- [141] F. Schmidt, F. Elsner, J. Jasche, N. M. Nguyen, and G. Lavaux, “A rigorous EFT-based forward model for large-scale structure,” *JCAP* **01** (2019) 042, [arXiv:1808.02002 \[astro-ph.CO\]](#).
- [142] F. Elsner, F. Schmidt, J. Jasche, G. Lavaux, and N.-M. Nguyen, “Cosmology inference from a biased density field using the EFT-based likelihood,” *JCAP* **01** (2020) 029, [arXiv:1906.07143 \[astro-ph.CO\]](#).

- [143] G. Cabass and F. Schmidt, “The EFT Likelihood for Large-Scale Structure,” *JCAP* **04** (2020) 042, [arXiv:1909.04022 \[astro-ph.CO\]](#).
- [144] F. Schmidt, “An n -th order Lagrangian Forward Model for Large-Scale Structure,” *JCAP* **04** (2021) 033, [arXiv:2012.09837 \[astro-ph.CO\]](#).
- [145] G. Cabass and F. Schmidt, “The Likelihood for LSS: Stochasticity of Bias Coefficients at All Orders,” *JCAP* **07** (2020) 051, [arXiv:2004.00617 \[astro-ph.CO\]](#).
- [146] F. Schmidt, G. Cabass, J. Jasche, and G. Lavaux, “Unbiased Cosmology Inference from Biased Tracers using the EFT Likelihood,” *JCAP* **11** (2020) 008, [arXiv:2004.06707 \[astro-ph.CO\]](#).
- [147] F. Schmidt, “Sigma-Eight at the Percent Level: The EFT Likelihood in Real Space,” *JCAP* **04** (2021) 032, [arXiv:2009.14176 \[astro-ph.CO\]](#).
- [148] N.-M. Nguyen, F. Schmidt, G. Lavaux, and J. Jasche, “Impacts of the physical data model on the forward inference of initial conditions from biased tracers,” *JCAP* **03** (2021) 058, [arXiv:2011.06587 \[astro-ph.CO\]](#).
- [149] G. Cabass, “The EFT Likelihood for Large-Scale Structure in Redshift Space,” *JCAP* **01** (2021) 067, [arXiv:2007.14988 \[astro-ph.CO\]](#).
- [150] T. Fujita and Z. Vlah, “Perturbative description of biased tracers using consistency relations of LSS,” *JCAP* **10** (2020) 059, [arXiv:2003.10114 \[astro-ph.CO\]](#).
- [151] G. D’Amico, M. Marinucci, M. Pietroni, and F. Vernizzi, “The large scale structure bootstrap: perturbation theory and bias expansion from symmetries,” *JCAP* **10** (2021) 069, [arXiv:2109.09573 \[astro-ph.CO\]](#).
- [152] V. Assassi, D. Baumann, E. Pajer, Y. Welling, and D. van der Woude, “Effective theory of large-scale structure with primordial non-Gaussianity,” *JCAP* **11** (2015) 024, [arXiv:1505.06668 \[astro-ph.CO\]](#).
- [153] V. Assassi, D. Baumann, and F. Schmidt, “Galaxy Bias and Primordial Non-Gaussianity,” *JCAP* **12** (2015) 043, [arXiv:1510.03723 \[astro-ph.CO\]](#).
- [154] F. Beutler, M. Biagetti, D. Green, A. Slosar, and B. Wallisch, “Primordial Features from Linear to Nonlinear Scales,” *Phys. Rev. Res.* **1** no. 3, (2019) 033209, [arXiv:1906.08758 \[astro-ph.CO\]](#).
- [155] S.-F. Chen, Z. Vlah, and M. White, “Modeling features in the redshift-space halo power spectrum with perturbation theory,” *JCAP* **11** (2020) 035, [arXiv:2007.00704 \[astro-ph.CO\]](#).
- [156] L. Senatore and M. Zaldarriaga, “The Effective Field Theory of Large-Scale Structure in the presence of Massive Neutrinos,” [arXiv:1707.04698 \[astro-ph.CO\]](#).
- [157] R. de Belsunce and L. Senatore, “Tree-Level Bispectrum in the Effective Field Theory of Large-Scale Structure extended to Massive Neutrinos,” *JCAP* **02** (2019) 038, [arXiv:1804.06849 \[astro-ph.CO\]](#).

- [158] V. Desjacques, D. Jeong, and F. Schmidt, “The Galaxy Power Spectrum and Bispectrum in Redshift Space,” *JCAP* **12** (2018) 035, [arXiv:1806.04015 \[astro-ph.CO\]](#).
- [159] S. Foreman and L. Senatore, “The EFT of Large Scale Structures at All Redshifts: Analytical Predictions for Lensing,” *JCAP* **04** (2016) 033, [arXiv:1503.01775 \[astro-ph.CO\]](#).
- [160] Z. Vlah, N. E. Chisari, and F. Schmidt, “An EFT description of galaxy intrinsic alignments,” *JCAP* **01** (2020) 025, [arXiv:1910.08085 \[astro-ph.CO\]](#).
- [161] M. Lewandowski, A. Maleknejad, and L. Senatore, “An effective description of dark matter and dark energy in the mildly non-linear regime,” *JCAP* **05** (2017) 038, [arXiv:1611.07966 \[astro-ph.CO\]](#).
- [162] G. Cusin, M. Lewandowski, and F. Vernizzi, “Nonlinear Effective Theory of Dark Energy,” *JCAP* **04** (2018) 061, [arXiv:1712.02782 \[astro-ph.CO\]](#).
- [163] G. Cusin, M. Lewandowski, and F. Vernizzi, “Dark Energy and Modified Gravity in the Effective Field Theory of Large-Scale Structure,” *JCAP* **04** (2018) 005, [arXiv:1712.02783 \[astro-ph.CO\]](#).
- [164] B. Bose, K. Koyama, M. Lewandowski, F. Vernizzi, and H. A. Winther, “Towards Precision Constraints on Gravity with the Effective Field Theory of Large-Scale Structure,” *JCAP* **04** (2018) 063, [arXiv:1802.01566 \[astro-ph.CO\]](#).
- [165] M. Crisostomi, M. Lewandowski, and F. Vernizzi, “Consistency relations for large-scale structure in modified gravity and the matter bispectrum,” *Phys. Rev. D* **101** no. 12, (2020) 123501, [arXiv:1909.07366 \[astro-ph.CO\]](#).
- [166] M. Lewandowski, “Violation of the consistency relations for large-scale structure with dark energy,” *JCAP* **08** (2020) 044, [arXiv:1912.12292 \[astro-ph.CO\]](#).
- [167] D. Bertolini, K. Schutz, M. P. Solon, J. R. Walsh, and K. M. Zurek, “Non-Gaussian Covariance of the Matter Power Spectrum in the Effective Field Theory of Large Scale Structure,” *Phys. Rev. D* **93** no. 12, (2016) 123505, [arXiv:1512.07630 \[astro-ph.CO\]](#).
- [168] A. Eggemeier, R. Scoccimarro, and R. E. Smith, “Bias Loop Corrections to the Galaxy Bispectrum,” *Phys. Rev. D* **99** no. 12, (2019) 123514, [arXiv:1812.03208 \[astro-ph.CO\]](#).
- [169] T. Konstandin, R. A. Porto, and H. Rubira, “The effective field theory of large scale structure at three loops,” *JCAP* **11** (2019) 027, [arXiv:1906.00997 \[astro-ph.CO\]](#).
- [170] T. Steele and T. Baldauf, “Precise Calibration of the One-Loop Bispectrum in the Effective Field Theory of Large Scale Structure,” *Phys. Rev. D* **103** no. 2, (2021) 023520, [arXiv:2009.01200 \[astro-ph.CO\]](#).
- [171] T. Steele and T. Baldauf, “Precise Calibration of the One-Loop Trispectrum in the Effective Field Theory of Large Scale Structure,” *Phys. Rev. D* **103** no. 10, (2021) 103518, [arXiv:2101.10289 \[astro-ph.CO\]](#).

- [172] M. M. Ivanov, O. H. E. Philcox, T. Nishimichi, M. Simonović, M. Takada, and M. Zaldarriaga, “Precision analysis of the redshift-space galaxy bispectrum,” *Phys. Rev. D* **105** no. 6, (2022) 063512, [arXiv:2110.10161 \[astro-ph.CO\]](#).
- [173] T. Baldauf, M. Garny, P. Taule, and T. Steele, “Two-loop bispectrum of large-scale structure,” *Phys. Rev. D* **104** no. 12, (2021) 123551, [arXiv:2110.13930 \[astro-ph.CO\]](#).
- [174] J. E. McEwen, X. Fang, C. M. Hirata, and J. A. Blazek, “FAST-PT: a novel algorithm to calculate convolution integrals in cosmological perturbation theory,” *JCAP* **09** (2016) 015, [arXiv:1603.04826 \[astro-ph.CO\]](#).
- [175] X. Fang, J. A. Blazek, J. E. McEwen, and C. M. Hirata, “FAST-PT II: an algorithm to calculate convolution integrals of general tensor quantities in cosmological perturbation theory,” *JCAP* **02** (2017) 030, [arXiv:1609.05978 \[astro-ph.CO\]](#).
- [176] M. Simonović, T. Baldauf, M. Zaldarriaga, J. J. Carrasco, and J. A. Kollmeier, “Cosmological perturbation theory using the FFTLog: formalism and connection to QFT loop integrals,” *JCAP* **04** (2018) 030, [arXiv:1708.08130 \[astro-ph.CO\]](#).
- [177] A. Chudaykin, M. M. Ivanov, O. H. E. Philcox, and M. Simonović, “Nonlinear perturbation theory extension of the Boltzmann code CLASS,” *Phys. Rev. D* **102** no. 6, (2020) 063533, [arXiv:2004.10607 \[astro-ph.CO\]](#).
- [178] G. D’Amico, L. Senatore, and P. Zhang, “Limits on w CDM from the EFTofLSS with the PyBird code,” *JCAP* **01** (2021) 006, [arXiv:2003.07956 \[astro-ph.CO\]](#).
- [179] C. Alcock and B. Paczynski, “An evolution free test for non-zero cosmological constant,” *Nature* **281** (1979) 358–359.
- [180] **BOSS** Collaboration, S. Alam *et al.*, “The clustering of galaxies in the completed SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey: cosmological analysis of the DR12 galaxy sample,” *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **470** no. 3, (2017) 2617–2652, [arXiv:1607.03155 \[astro-ph.CO\]](#).
- [181] **Planck** Collaboration, N. Aghanim *et al.*, “Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters,” *Astron. Astrophys.* **641** (2020) A6, [arXiv:1807.06209 \[astro-ph.CO\]](#). [Erratum: *Astron. Astrophys.* 652, C4 (2021)].
- [182] M. M. Ivanov, “Cosmological constraints from the power spectrum of eBOSS emission line galaxies,” *Phys. Rev. D* **104** no. 10, (2021) 103514, [arXiv:2106.12580 \[astro-ph.CO\]](#).
- [183] O. H. E. Philcox, M. M. Ivanov, M. Simonović, and M. Zaldarriaga, “Combining Full-Shape and BAO Analyses of Galaxy Power Spectra: A 1.6% CMB-independent constraint on H_0 ,” *JCAP* **05** (2020) 032, [arXiv:2002.04035 \[astro-ph.CO\]](#).
- [184] O. H. E. Philcox, B. D. Sherwin, G. S. Farren, and E. J. Baxter, “Determining the Hubble Constant without the Sound Horizon: Measurements from Galaxy Surveys,” *Phys. Rev. D* **103** no. 2, (2021) 023538, [arXiv:2008.08084 \[astro-ph.CO\]](#).

- [185] T. Colas, G. D’amico, L. Senatore, P. Zhang, and F. Beutler, “Efficient Cosmological Analysis of the SDSS/BOSS data from the Effective Field Theory of Large-Scale Structure,” *JCAP* **06** (2020) 001, [arXiv:1909.07951 \[astro-ph.CO\]](#).
- [186] A. Chudaykin, K. Dolgikh, and M. M. Ivanov, “Constraints on the curvature of the Universe and dynamical dark energy from the Full-shape and BAO data,” *Phys. Rev. D* **103** no. 2, (2021) 023507, [arXiv:2009.10106 \[astro-ph.CO\]](#).
- [187] G. D’Amico, Y. Donath, L. Senatore, and P. Zhang, “Limits on clustering and smooth quintessence from the EFTofLSS,” *JCAP* **03** (2024) 032, [arXiv:2012.07554 \[astro-ph.CO\]](#).
- [188] M. M. Ivanov, O. H. E. Philcox, M. Simonović, M. Zaldarriaga, T. Nischimichi, and M. Takada, “Cosmological constraints without nonlinear redshift-space distortions,” *Phys. Rev. D* **105** no. 4, (2022) 043531, [arXiv:2110.00006 \[astro-ph.CO\]](#).
- [189] O. H. E. Philcox and M. M. Ivanov, “BOSS DR12 full-shape cosmology: Λ CDM constraints from the large-scale galaxy power spectrum and bispectrum monopole,” *Phys. Rev. D* **105** no. 4, (2022) 043517, [arXiv:2112.04515 \[astro-ph.CO\]](#).
- [190] M. M. Ivanov, M. Simonović, and M. Zaldarriaga, “Cosmological Parameters and Neutrino Masses from the Final Planck and Full-Shape BOSS Data,” *Phys. Rev. D* **101** no. 8, (2020) 083504, [arXiv:1912.08208 \[astro-ph.CO\]](#).
- [191] M. M. Ivanov, E. McDonough, J. C. Hill, M. Simonović, M. W. Toomey, S. Alexander, and M. Zaldarriaga, “Constraining Early Dark Energy with Large-Scale Structure,” *Phys. Rev. D* **102** no. 10, (2020) 103502, [arXiv:2006.11235 \[astro-ph.CO\]](#).
- [192] G. D’Amico, L. Senatore, P. Zhang, and H. Zheng, “The Hubble Tension in Light of the Full-Shape Analysis of Large-Scale Structure Data,” *JCAP* **05** (2021) 072, [arXiv:2006.12420 \[astro-ph.CO\]](#).
- [193] A. Slosar, C. Hirata, U. Seljak, S. Ho, and N. Padmanabhan, “Constraints on local primordial non-Gaussianity from large scale structure,” *JCAP* **08** (2008) 031, [arXiv:0805.3580 \[astro-ph\]](#).
- [194] J.-Q. Xia, C. Baccigalupi, S. Matarrese, L. Verde, and M. Viel, “Constraints on Primordial Non-Gaussianity from Large Scale Structure Probes,” *JCAP* **08** (2011) 033, [arXiv:1104.5015 \[astro-ph.CO\]](#).
- [195] **eBOSS** Collaboration, E. Castorina *et al.*, “Redshift-weighted constraints on primordial non-Gaussianity from the clustering of the eBOSS DR14 quasars in Fourier space,” *JCAP* **09** (2019) 010, [arXiv:1904.08859 \[astro-ph.CO\]](#).
- [196] A. Chudaykin and M. M. Ivanov, “Measuring neutrino masses with large-scale structure: Euclid forecast with controlled theoretical error,” *JCAP* **11** (2019) 034, [arXiv:1907.06666 \[astro-ph.CO\]](#).
- [197] T. Baldauf, M. Mirbabayi, M. Simonović, and M. Zaldarriaga, “LSS constraints with controlled theoretical uncertainties,” [arXiv:1602.00674 \[astro-ph.CO\]](#).

- [198] D. Wadekar, M. M. Ivanov, and R. Scoccimarro, “Cosmological constraints from BOSS with analytic covariance matrices,” *Phys. Rev. D* **102** (2020) 123521, [arXiv:2009.00622 \[astro-ph.CO\]](#).
- [199] S. Ferraro, N. Sailer, and M. White, “Cosmology and fundamental physics from the three-dimensional large scale structure,” 2022. Snowmass 2021 Cosmic Frontier White Paper.
- [200] S. Weinberg, “Photons and gravitons in perturbation theory: Derivation of maxwell’s and einstein’s equations,” *Phys. Rev.* **138** (1965) B988–B1002.
- [201] S. Weinberg, *Gravitation and Cosmology: Principles and Applications of the General Theory of Relativity*. Wiley, 1972.
- [202] S. Weinberg, “Photons and gravitons in s -matrix theory: Derivation of charge conservation and equality of gravitational and inertial mass,” *Phys. Rev.* **135** (1964) B1049–B1056.
- [203] S. Weinberg, “The cosmological constant problem,” *Rev. Mod. Phys.* **61** (1989) 1–23.
- [204] S. Weinberg, “Anthropic bound on the cosmological constant,” *Phys. Rev. Lett.* **59** (1987) 2607–2610.
- [205] S. Weinberg, “The Cosmological constant problems,” in *4th International Symposium on Sources and Detection of Dark Matter in the Universe (DM 2000)*, pp. 18–26. 2, 2000. [arXiv:astro-ph/0005265](#).
- [206] C. Brans and R. H. Dicke, “Mach’s principle and a relativistic theory of gravitation,” *Phys. Rev.* **124** (1961) 925–935.
- [207] Y. Fujii, “Origin of the Gravitational Constant and Particle Masses in Scale Invariant Scalar - Tensor Theory,” *Phys. Rev. D* **26** (1982) 2580.
- [208] N. Chow and J. Khoury, “Galileon Cosmology,” *Phys. Rev. D* **80** (2009) 024037, [arXiv:0905.1325 \[hep-th\]](#).
- [209] A. Joyce, B. Jain, J. Khoury, and M. Trodden, “Beyond the Cosmological Standard Model,” *Phys. Rept.* **568** (2015) 1–98, [arXiv:1407.0059 \[astro-ph.CO\]](#).
- [210] A. I. Vainshtein, “To the problem of nonvanishing gravitation mass,” *Phys. Lett. B* **39** (1972) 393–394.
- [211] E. Babichev and C. Deffayet, “An introduction to the Vainshtein mechanism,” *Class. Quant. Grav.* **30** (2013) 184001, [arXiv:1304.7240 \[gr-qc\]](#).
- [212] R. P. Woodard, “Avoiding dark energy with $1/r$ modifications of gravity,” *Lect. Notes Phys.* **720** (2007) 403–433, [arXiv:astro-ph/0601672](#).
- [213] G. W. Horndeski, “Second-order scalar-tensor field equations in a four-dimensional space,” *Int. J. Theor. Phys.* **10** (1974) 363–384.
- [214] C. Deffayet, X. Gao, D. A. Steer, and G. Zahariade, “From k-essence to generalised Galileons,” *Phys. Rev. D* **84** (2011) 064039, [arXiv:1103.3260 \[hep-th\]](#).

- [215] M. Zumalacárregui and J. García-Bellido, “Transforming gravity: from derivative couplings to matter to second-order scalar-tensor theories beyond the Horndeski Lagrangian,” *Phys. Rev. D* **89** (2014) 064046, [arXiv:1308.4685 \[gr-qc\]](#).
- [216] J. Gleyzes, D. Langlois, F. Piazza, and F. Vernizzi, “Healthy theories beyond Horndeski,” *Phys. Rev. Lett.* **114** no. 21, (2015) 211101, [arXiv:1404.6495 \[hep-th\]](#).
- [217] J. Gleyzes, D. Langlois, F. Piazza, and F. Vernizzi, “Exploring gravitational theories beyond Horndeski,” *JCAP* **02** (2015) 018, [arXiv:1408.1952 \[astro-ph.CO\]](#).
- [218] D. Langlois and K. Noui, “Degenerate higher derivative theories beyond Horndeski: evading the Ostrogradski instability,” *JCAP* **02** (2016) 034, [arXiv:1510.06930 \[gr-qc\]](#).
- [219] M. Crisostomi, K. Koyama, and G. Tasinato, “Extended Scalar-Tensor Theories of Gravity,” *JCAP* **04** (2016) 044, [arXiv:1602.03119 \[hep-th\]](#).
- [220] J. Ben Achour, M. Crisostomi, K. Koyama, D. Langlois, K. Noui, and G. Tasinato, “Degenerate higher order scalar-tensor theories beyond Horndeski up to cubic order,” *JHEP* **12** (2016) 100, [arXiv:1608.08135 \[hep-th\]](#).
- [221] D. Pirtskhalava, L. Santoni, E. Trinchini, and F. Vernizzi, “Weakly Broken Galileon Symmetry,” *JCAP* **09** (2015) 007, [arXiv:1505.00007 \[hep-th\]](#).
- [222] L. Santoni, E. Trinchini, and L. G. Trombetta, “Behind Horndeski: structurally robust higher derivative EFTs,” *JHEP* **08** (2018) 118, [arXiv:1806.10073 \[hep-th\]](#).
- [223] J. Gleyzes, D. Langlois, F. Piazza, and F. Vernizzi, “Essential Building Blocks of Dark Energy,” *JCAP* **08** (2013) 025, [arXiv:1304.4840 \[hep-th\]](#).
- [224] F. P. Silva and K. Koyama, “Self-Accelerating Universe in Galileon Cosmology,” *Phys. Rev. D* **80** (2009) 121301, [arXiv:0909.4538 \[astro-ph.CO\]](#).
- [225] T. Kobayashi, M. Yamaguchi, and J. Yokoyama, “Generalized G-inflation: Inflation with the most general second-order field equations,” *Prog. Theor. Phys.* **126** (2011) 511–529, [arXiv:1105.5723 \[hep-th\]](#).
- [226] P. Creminelli, M. Lewandowski, G. Tambalo, and F. Vernizzi, “Gravitational Wave Decay into Dark Energy,” *JCAP* **12** (2018) 025, [arXiv:1809.03484 \[astro-ph.CO\]](#).
- [227] F. Piazza, H. Steigerwald, and C. Marinoni, “Phenomenology of dark energy: exploring the space of theories with future redshift surveys,” *JCAP* **05** (2014) 043, [arXiv:1312.6111 \[astro-ph.CO\]](#).
- [228] B. Hu, M. Raveri, N. Frusciante, and A. Silvestri, “Effective Field Theory of Cosmic Acceleration: an implementation in CAMB,” *Phys. Rev. D* **89** no. 10, (2014) 103530, [arXiv:1312.5742 \[astro-ph.CO\]](#).
- [229] R. Kase and S. Tsujikawa, “Cosmology in generalized Horndeski theories with second-order equations of motion,” *Phys. Rev. D* **90** (2014) 044073, [arXiv:1407.0794 \[hep-th\]](#).

- [230] E. Bellini and I. Sawicki, “Maximal freedom at minimum cost: linear large-scale structure in general modifications of gravity,” *JCAP* **07** (2014) 050, [arXiv:1404.3713 \[astro-ph.CO\]](#).
- [231] **Planck** Collaboration, P. A. R. Ade *et al.*, “Planck 2015 results. XIV. Dark energy and modified gravity,” *Astron. Astrophys.* **594** (2016) A14, [arXiv:1502.01590 \[astro-ph.CO\]](#).
- [232] L. Lombriser and A. Taylor, “Semi-dynamical perturbations of unified dark energy,” *JCAP* **11** (2015) 040, [arXiv:1505.05915 \[astro-ph.CO\]](#).
- [233] L. Perenon, F. Piazza, C. Marinoni, and L. Hui, “Phenomenology of dark energy: general features of large-scale perturbations,” *JCAP* **11** (2015) 029, [arXiv:1506.03047 \[astro-ph.CO\]](#).
- [234] J. Gleyzes, D. Langlois, M. Mancarella, and F. Vernizzi, “Effective Theory of Dark Energy at Redshift Survey Scales,” *JCAP* **02** (2016) 056, [arXiv:1509.02191 \[astro-ph.CO\]](#).
- [235] N. Frusciante, G. Papadomanolakis, and A. Silvestri, “An Extended action for the effective field theory of dark energy: a stability analysis and a complete guide to the mapping at the basis of EFTCAMB,” *JCAP* **07** (2016) 018, [arXiv:1601.04064 \[gr-qc\]](#).
- [236] B. Hu, M. Raveri, M. Rizzato, and A. Silvestri, “Testing Hu–Sawicki $f(R)$ gravity with the effective field theory approach,” *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **459** no. 4, (2016) 3880–3889, [arXiv:1601.07536 \[astro-ph.CO\]](#).
- [237] V. Salvatelli, F. Piazza, and C. Marinoni, “Constraints on modified gravity from Planck 2015: when the health of your theory makes the difference,” *JCAP* **09** (2016) 027, [arXiv:1602.08283 \[astro-ph.CO\]](#).
- [238] J. Renk, M. Zumalacarregui, and F. Montanari, “Gravity at the horizon: on relativistic effects, CMB-LSS correlations and ultra-large scales in Horndeski’s theory,” *JCAP* **07** (2016) 040, [arXiv:1604.03487 \[astro-ph.CO\]](#).
- [239] J. S. Y. Leung and Z. Huang, “Marginalized Fisher Forecast for Horndeski Dark Energy Models,” *Int. J. Mod. Phys. D* **26** no. 07, (2017) 1750070, [arXiv:1604.07330 \[astro-ph.CO\]](#).
- [240] L. Pogosian and A. Silvestri, “What can cosmology tell us about gravity? Constraining Horndeski gravity with Σ and μ ,” *Phys. Rev. D* **94** no. 10, (2016) 104014, [arXiv:1606.05339 \[astro-ph.CO\]](#).
- [241] G. D’Amico, Z. Huang, M. Mancarella, and F. Vernizzi, “Weakening Gravity on Redshift-Survey Scales with Kinetic Matter Mixing,” *JCAP* **02** (2017) 014, [arXiv:1609.01272 \[astro-ph.CO\]](#).
- [242] M. Raveri, B. Hu, N. Frusciante, and A. Silvestri, “Effective Field Theory of Cosmic Acceleration: constraining dark energy with CMB data,” *Phys. Rev. D* **90** no. 4, (2014) 043513, [arXiv:1405.1022 \[astro-ph.CO\]](#).
- [243] E. Bellini, A. J. Cuesta, R. Jimenez, and L. Verde, “Constraints on deviations from Λ CDM within Horndeski gravity,” *JCAP* **02** (2016) 053, [arXiv:1509.07816 \[astro-ph.CO\]](#).
[Erratum: *JCAP* 06, E01 (2016)].

- [244] M. Zumalacárregui, E. Bellini, I. Sawicki, J. Lesgourgues, and P. G. Ferreira, “hi_class: Horndeski in the Cosmic Linear Anisotropy Solving System,” *JCAP* **08** (2017) 019, [arXiv:1605.06102 \[astro-ph.CO\]](#).
- [245] Z. Huang, “Observational effects of a running Planck mass,” *Phys. Rev. D* **93** no. 4, (2016) 043538, [arXiv:1511.02808 \[astro-ph.CO\]](#).
- [246] **LIGO Scientific, Virgo** Collaboration, B. P. Abbott *et al.*, “Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger,” *Phys. Rev. Lett.* **116** no. 6, (2016) 061102, [arXiv:1602.03837 \[gr-qc\]](#).
- [247] **LIGO Scientific, Virgo, Fermi-GBM, INTEGRAL** Collaboration, B. P. Abbott *et al.*, “Gravitational Waves and Gamma-rays from a Binary Neutron Star Merger: GW170817 and GRB 170817A,” *Astrophys. J. Lett.* **848** no. 2, (2017) L13, [arXiv:1710.05834 \[astro-ph.HE\]](#).
- [248] T. Baker, E. Bellini, P. G. Ferreira, M. Lagos, J. Noller, and I. Sawicki, “Strong constraints on cosmological gravity from GW170817 and GRB 170817A,” *Phys. Rev. Lett.* **119** no. 25, (2017) 251301, [arXiv:1710.06394 \[astro-ph.CO\]](#).
- [249] N. Yunes, K. Yagi, and F. Pretorius, “Theoretical Physics Implications of the Binary Black-Hole Mergers GW150914 and GW151226,” *Phys. Rev. D* **94** no. 8, (2016) 084002, [arXiv:1603.08955 \[gr-qc\]](#).
- [250] P. Creminelli, G. Tambalo, F. Vernizzi, and V. Yingcharoenrat, “Resonant Decay of Gravitational Waves into Dark Energy,” *JCAP* **10** (2019) 072, [arXiv:1906.07015 \[gr-qc\]](#).
- [251] P. Creminelli, G. Tambalo, F. Vernizzi, and V. Yingcharoenrat, “Dark-Energy Instabilities induced by Gravitational Waves,” *JCAP* **05** (2020) 002, [arXiv:1910.14035 \[gr-qc\]](#).
- [252] C. de Rham and S. Melville, “Gravitational Rainbows: LIGO and Dark Energy at its Cutoff,” *Phys. Rev. Lett.* **121** no. 22, (2018) 221101, [arXiv:1806.09417 \[hep-th\]](#).
- [253] B. Bellazzini, M. Lewandowski, and J. Serra, “Positivity of Amplitudes, Weak Gravity Conjecture, and Modified Gravity,” *Phys. Rev. Lett.* **123** no. 25, (2019) 251103, [arXiv:1902.03250 \[hep-th\]](#).
- [254] N. Bartolo, E. Bellini, D. Bertacca, and S. Matarrese, “Matter bispectrum in cubic Galileon cosmologies,” *JCAP* **03** (2013) 034, [arXiv:1301.4831 \[astro-ph.CO\]](#).
- [255] Y. Takushima, A. Terukina, and K. Yamamoto, “Bispectrum of cosmological density perturbations in the most general second-order scalar-tensor theory,” *Phys. Rev. D* **89** no. 10, (2014) 104007, [arXiv:1311.0281 \[astro-ph.CO\]](#).
- [256] E. Bellini and M. Zumalacarregui, “Nonlinear evolution of the baryon acoustic oscillation scale in alternative theories of gravity,” *Phys. Rev. D* **92** no. 6, (2015) 063522, [arXiv:1505.03839 \[astro-ph.CO\]](#).
- [257] E. Bellini, R. Jimenez, and L. Verde, “Signatures of Horndeski gravity on the Dark Matter Bispectrum,” *JCAP* **05** (2015) 057, [arXiv:1504.04341 \[astro-ph.CO\]](#).

- [258] C. Burrage, J. Dombrowski, and D. Saadeh, “The shape dependence of Vainshtein screening in the cosmic matter bispectrum,” *JCAP* **10** (2019) 023, [arXiv:1905.06260 \[astro-ph.CO\]](#).
- [259] M. Fasiello and Z. Vlah, “Screening in perturbative approaches to LSS,” *Phys. Lett. B* **773** (2017) 236–241, [arXiv:1704.07552 \[astro-ph.CO\]](#).
- [260] Y. Takushima, A. Terukina, and K. Yamamoto, “Third order solutions of cosmological density perturbations in Horndeski’s most general scalar-tensor theory with the Vainshtein mechanism,” *Phys. Rev. D* **92** no. 10, (2015) 104033, [arXiv:1502.03935 \[gr-qc\]](#).
- [261] B. Bose and K. Koyama, “A Perturbative Approach to the Redshift Space Power Spectrum: Beyond the Standard Model,” *JCAP* **08** (2016) 032, [arXiv:1606.02520 \[astro-ph.CO\]](#).
- [262] B. Bose and A. Taruya, “The one-loop matter bispectrum as a probe of gravity and dark energy,” *JCAP* **10** (2018) 019, [arXiv:1808.01120 \[astro-ph.CO\]](#).
- [263] B. Bose, J. Byun, F. Lacasa, A. Moradinezhad Dizgah, and L. Lombriser, “Modelling the matter bispectrum at small scales in modified gravity,” *JCAP* **02** (2020) 025, [arXiv:1909.02504 \[astro-ph.CO\]](#).
- [264] S. Hirano, T. Kobayashi, H. Tashiro, and S. Yokoyama, “Matter bispectrum beyond Horndeski theories,” *Phys. Rev. D* **97** no. 10, (2018) 103517, [arXiv:1801.07885 \[astro-ph.CO\]](#).
- [265] S. Hirano, T. Kobayashi, D. Yamauchi, and S. Yokoyama, “UV sensitive one-loop matter power spectrum in degenerate higher-order scalar-tensor theories,” *Phys. Rev. D* **102** no. 10, (2020) 103505, [arXiv:2008.02798 \[gr-qc\]](#).
- [266] E. Berti, K. Yagi, H. Yang, and N. Yunes, “Extreme Gravity Tests with Gravitational Waves from Compact Binary Coalescences: (II) Ringdown,” *Gen. Rel. Grav.* **50** no. 5, (2018) 49, [arXiv:1801.03587 \[gr-qc\]](#).
- [267] S. Endlich, V. Gorbenko, J. Huang, and L. Senatore, “An effective formalism for testing extensions to General Relativity with gravitational waves,” *JHEP* **09** (2017) 122, [arXiv:1704.01590 \[gr-qc\]](#).
- [268] G. Franciolini, L. Hui, R. Penco, L. Santoni, and E. Trinchini, “Effective Field Theory of Black Hole Quasinormal Modes in Scalar-Tensor Theories,” *JHEP* **02** (2019) 127, [arXiv:1810.07706 \[hep-th\]](#).
- [269] O. J. Tattersall, P. G. Ferreira, and M. Lagos, “General theories of linear gravitational perturbations to a Schwarzschild Black Hole,” *Phys. Rev. D* **97** no. 4, (2018) 044021, [arXiv:1711.01992 \[gr-qc\]](#).
- [270] O. J. Tattersall and P. G. Ferreira, “Quasinormal modes of black holes in Horndeski gravity,” *Phys. Rev. D* **97** no. 10, (2018) 104047, [arXiv:1804.08950 \[gr-qc\]](#).
- [271] A. Kuntz, R. Penco, and F. Piazza, “Extreme Mass Ratio Inspirals with Scalar Hair,” *JCAP* **08** (2020) 023, [arXiv:2004.10772 \[gr-qc\]](#).

- [272] T. Kobayashi, Y. Watanabe, and D. Yamauchi, “Breaking of Vainshtein screening in scalar-tensor theories beyond Horndeski,” *Phys. Rev. D* **91** no. 6, (2015) 064013, [arXiv:1411.4130 \[gr-qc\]](#).
- [273] M. Crisostomi and K. Koyama, “Vainshtein mechanism after GW170817,” *Phys. Rev. D* **97** no. 2, (2018) 021301, [arXiv:1711.06661 \[astro-ph.CO\]](#).
- [274] D. Langlois, R. Saito, D. Yamauchi, and K. Noui, “Scalar-tensor theories and modified gravity in the wake of GW170817,” *Phys. Rev. D* **97** no. 6, (2018) 061501, [arXiv:1711.07403 \[gr-qc\]](#).
- [275] A. Dima and F. Vernizzi, “Vainshtein Screening in Scalar-Tensor Theories before and after GW170817: Constraints on Theories beyond Horndeski,” *Phys. Rev. D* **97** no. 10, (2018) 101302, [arXiv:1712.04731 \[gr-qc\]](#).
- [276] M. Crisostomi, M. Lewandowski, and F. Vernizzi, “Vainshtein regime in scalar-tensor gravity: Constraints on degenerate higher-order scalar-tensor theories,” *Phys. Rev. D* **100** no. 2, (2019) 024025, [arXiv:1903.11591 \[gr-qc\]](#).
- [277] R. A. Hulse and J. H. Taylor, “Discovery of a pulsar in a binary system,” *Astrophys. J. Lett.* **195** (1975) L51–L53.
- [278] B. Bertotti, L. Iess, and P. Tortora, “A test of general relativity using radio links with the Cassini spacecraft,” *Nature* **425** (2003) 374–376.
- [279] J. Sakstein, “Hydrogen Burning in Low Mass Stars Constrains Scalar-Tensor Theories of Gravity,” *Phys. Rev. Lett.* **115** (2015) 201101, [arXiv:1510.05964 \[astro-ph.CO\]](#).
- [280] A.-C. Davis and S. Melville, “Scalar fields near compact objects: resummation versus UV completion,” *JCAP* **11** (2021) 012, [arXiv:2107.00010 \[gr-qc\]](#).
- [281] T. Grall and S. Melville, “Positivity bounds without boosts: New constraints on low energy effective field theories from the UV,” *Phys. Rev. D* **105** no. 12, (2022) L121301, [arXiv:2102.05683 \[hep-th\]](#).
- [282] C. de Rham and A. J. Tolley, “Speed of gravity,” *Phys. Rev. D* **101** no. 6, (2020) 063518, [arXiv:1909.00881 \[hep-th\]](#).
- [283] S. Melville and J. Noller, “Positivity in the Sky: Constraining dark energy and modified gravity from the UV,” *Phys. Rev. D* **101** no. 2, (2020) 021502, [arXiv:1904.05874 \[astro-ph.CO\]](#). [Erratum: *Phys.Rev.D* 102, 049902 (2020)].
- [284] C. de Rham, S. Melville, and J. Noller, “Positivity bounds on dark energy: when matter matters,” *JCAP* **08** (2021) 018, [arXiv:2103.06855 \[astro-ph.CO\]](#).